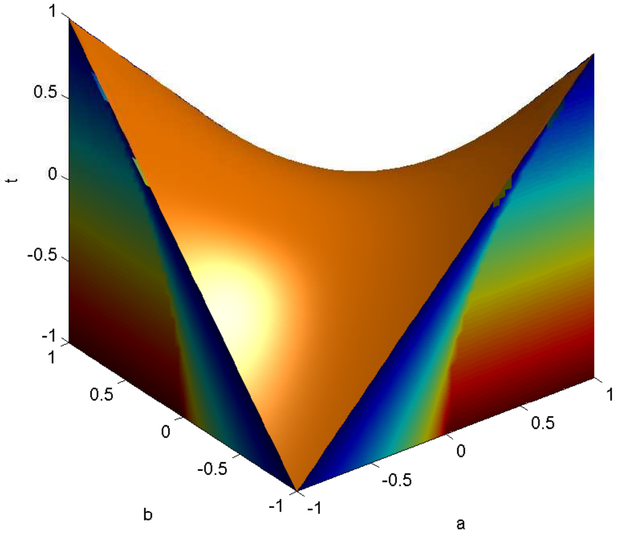
Analyse et synthèse robustes des systèmes linéaires

Cours 5

Synthèses LQG et LQG/LTR

Synthèse optimale standard $\mathcal{H}_2$



Soit le modèle d'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Gamma w_d \;,\;\; x(0)$$
$$y(t) = Cx(t) + v$$
$$z(t) = Nx(t)$$

☛ **Problème 1** : *LQG*

Déterminer la commande $u(t)$ minimisant le critère de performance :

$$J = E\left[\int_0^{\infty} (z'Qz + u'Ru)dt\right]$$

➥ **Hypothèses 1** :

- (A, B) *est stabilisable,* (A, C) *est détectable,* $R = R' > 0$, $Q = Q' \geq 0$
- w_d *b.b.g.s.* $\sim \mathcal{N}(0, W)$, v *b.b.g.s.* $\sim \mathcal{N}(0, V)$, $x(0)$ *V.A.g.* $\sim \mathcal{N}(x_0, P_0)$

Principe de séparation :

La solution du problème LQG est la commande optimale $u(t) = K_r \hat{x}(t)$ où :

1- $\hat{x}$ est l'estimé minimisant $E\left[(x-\hat{x})' S (x-\hat{x})\right]$ et issu du Filtre de Kalman :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x}) \ , \ x_0$$

où $\boxed{K_f = XC'V^{-1}}$ avec $X = X' \geq 0$ solution de :

$$\boxed{AX + XA' - XC'V^{-1}CX + \Gamma W \Gamma' = 0}$$

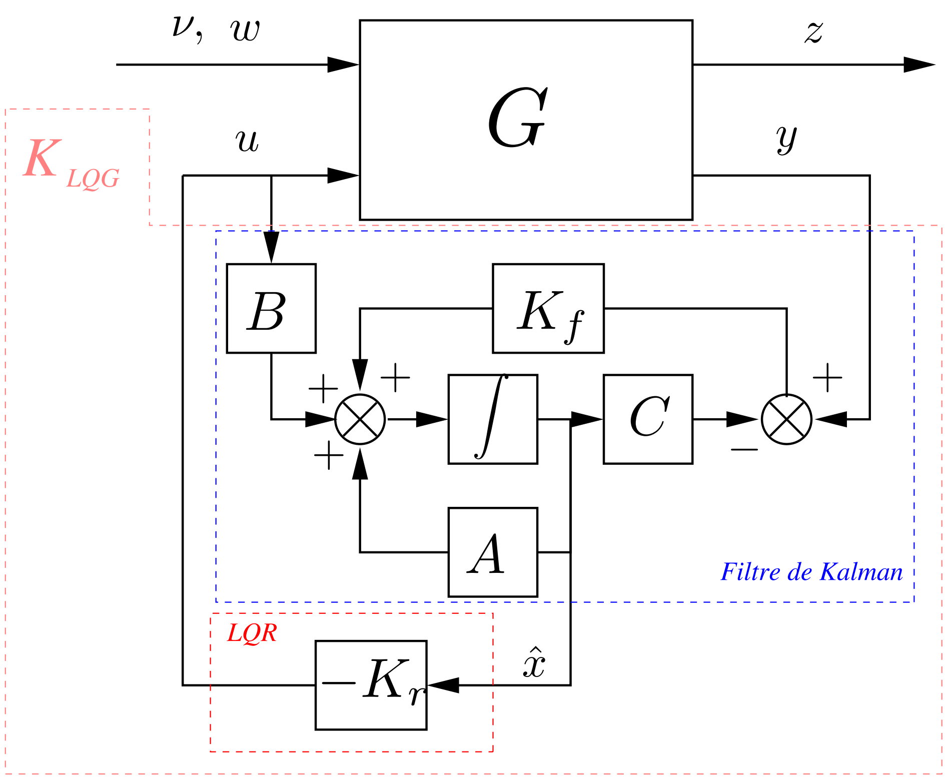
2- K_r est le gain solution du problème LQ associé $\boxed{K_r = R^{-1}B'P}$ avec $P = P' \geq 0$ solution de :

$$\boxed{A'P + PA' - PBR^{-1}B'P + N'QN = 0}$$

Le coût optimal est donné par :

$$J^*_{LQG} = \mathrm{trace}(XK_fVK_f') + \mathrm{trace}(PN'QN)$$

Synthèse : le régulateur LQG



$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x}_K &= (A - BK_r - K_fC)x_K + K_fy \\ u &= -K_rx_K \end{aligned}}$$

$$\boxed{K_{LQG} \sim \left[\begin{array}{c|c} A - BR^{-1}B'P - XC'V^{-1}C & XC'V^{-1} \\ \hline -R^{-1}B'P & \mathbf{0} \end{array}\right]}$$

Nota Bene : les propriétés de robustesse du régulateur LQ ne sont plus vérifiées !

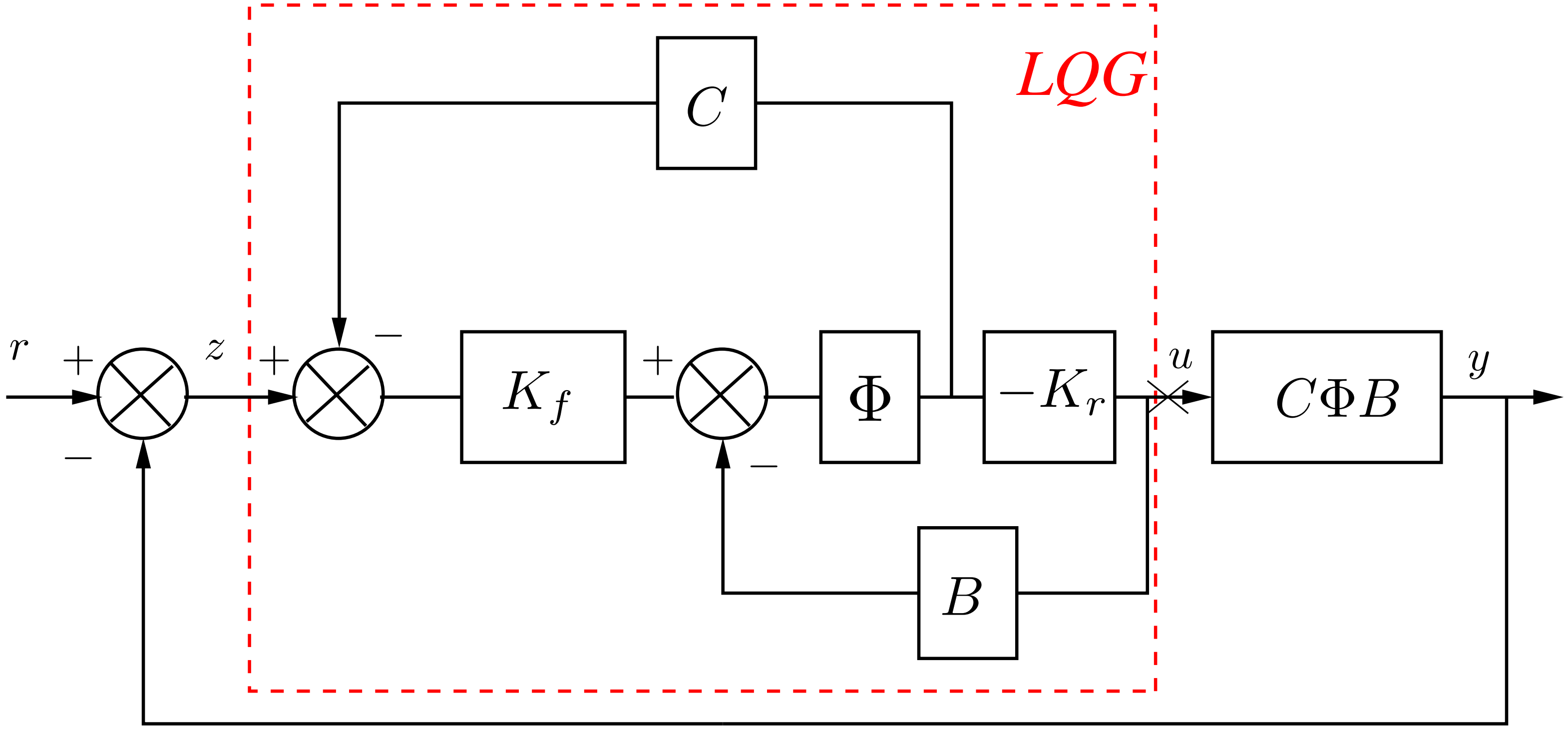


Figure 1 – $K_{LQG} = K_r(s\mathbf{1} - A - BK_r + K_fC)^{-1}K_f$

Synthèse : exemple de régulateur LQG

Modèle d'état :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_d \ , \ w_d \sim \mathcal{N}(0, \alpha^2)$$

$$z = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} x(t) + v \ \ , \ v \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Régulateur LQG minimisant :

$$J = E\left[\int_0^\infty [z^2 + \rho u^2] dt\right] \ \ , \ \ \rho = 0.25$$

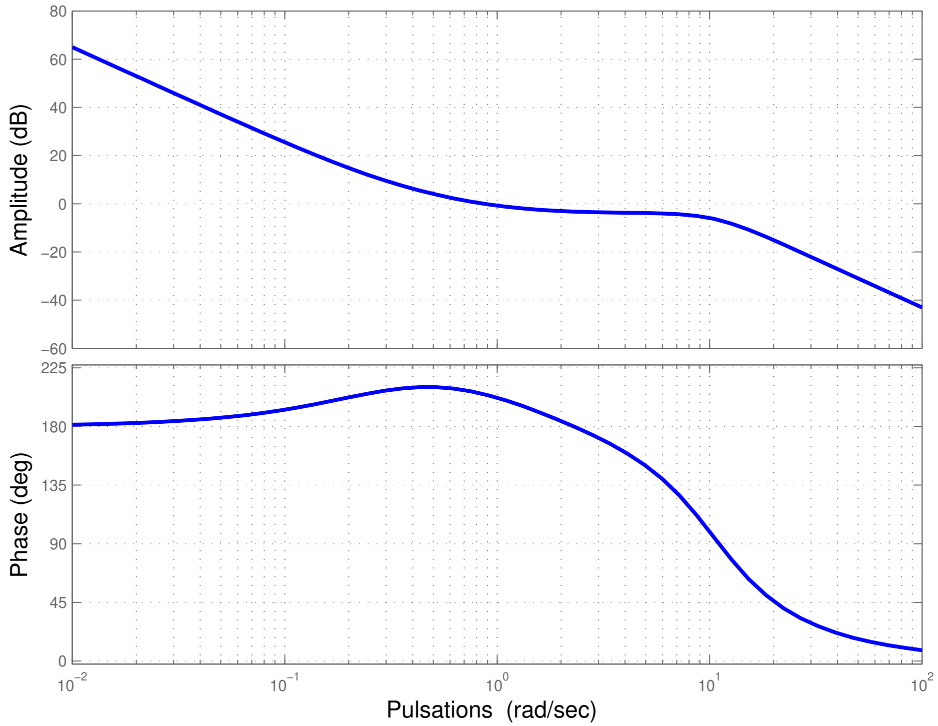
- Régulateur LQ et filtre de Kalman pour $\alpha = 10$

$$\boxed{K_r = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\rho}} & \frac{\sqrt{1+2\sqrt{\rho}}}{\sqrt{\rho}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2.8 \end{bmatrix}}$$

$$\boxed{K_f = \begin{bmatrix} 2\alpha + 1 \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 10 \end{bmatrix}}$$

Synthèse : exemple de régulateur LQG

Fonction de transfert de la boucle ouverte $K_{LQG}G(s)$



$$K_{LQG} = \frac{(\beta k_1 + \alpha k_2)s + k_1\alpha}{s^2 + s(\beta + k_2 - \alpha) + \beta(k_1 + k_2) + k_1 + \alpha} = \frac{70s + 20}{s^2 + 13.8s + 112.8}$$

Soit

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} w_d \quad , \quad x_0$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + v(t) \qquad z(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

où

$$Q = \rho > 0 \quad R = 1 \quad W = \sigma > 0 \quad V = 1$$

La solution LQG est donnée par

- LQR

$$\boxed{K_r = \alpha \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \alpha = 2 + \sqrt{4 + \rho}}$$

- Filtre de Kalman

$$\boxed{K_f = \beta \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}' \qquad \beta = 2 + \sqrt{4 + \sigma}}$$

Retour à l'exemple de [Doyle 78] II

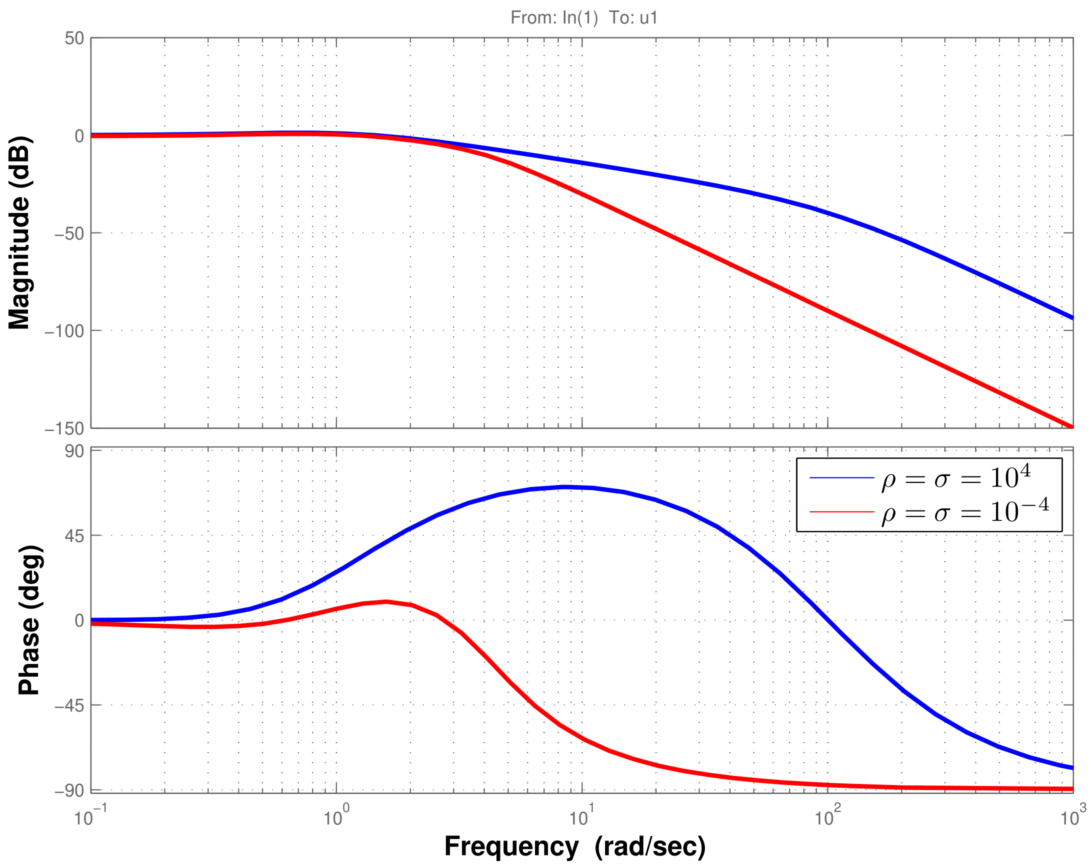
Correcteur LQG et tracé de la BO dans Bode

$$\rho = \sigma = 10^4, \quad \alpha = \beta = 102$$

$$K_{LQG} = \frac{20816(s-0.5)}{s^2 + 202s + 10401}$$

$$\rho = \sigma = 10^{-4}, \quad \alpha = \beta = 4$$

$$K_{LQG} = \frac{32(s-0.5)}{s^2 + 6s + 17}$$



$$K_{LQG} = \frac{\alpha\beta(2s-1)}{s^2 + (\alpha+\beta-2)s + 1 + \alpha\beta}$$

Retour à l'exemple de [Doyle 78] III

- Correcteur LQG perturbé

$$\tilde{K}_{LQG} = pK_{LQG} \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1-\beta & 1 & \beta \\ -(\alpha+\beta) & 1-\alpha & \beta \\ \hline -p\alpha & -p\alpha & 0 \end{array}\right]$$

- Dynamique en BF

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} A & -pBK_r \\ K_fC & A - BK_r - K_fC \end{bmatrix} x(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -p\alpha & -p\alpha \\ \beta & 0 & 1-\beta & 1 \\ \beta & 0 & -\alpha-\beta & 1-\alpha \end{bmatrix} x(t)$$

- Polynôme caractéristique en BF

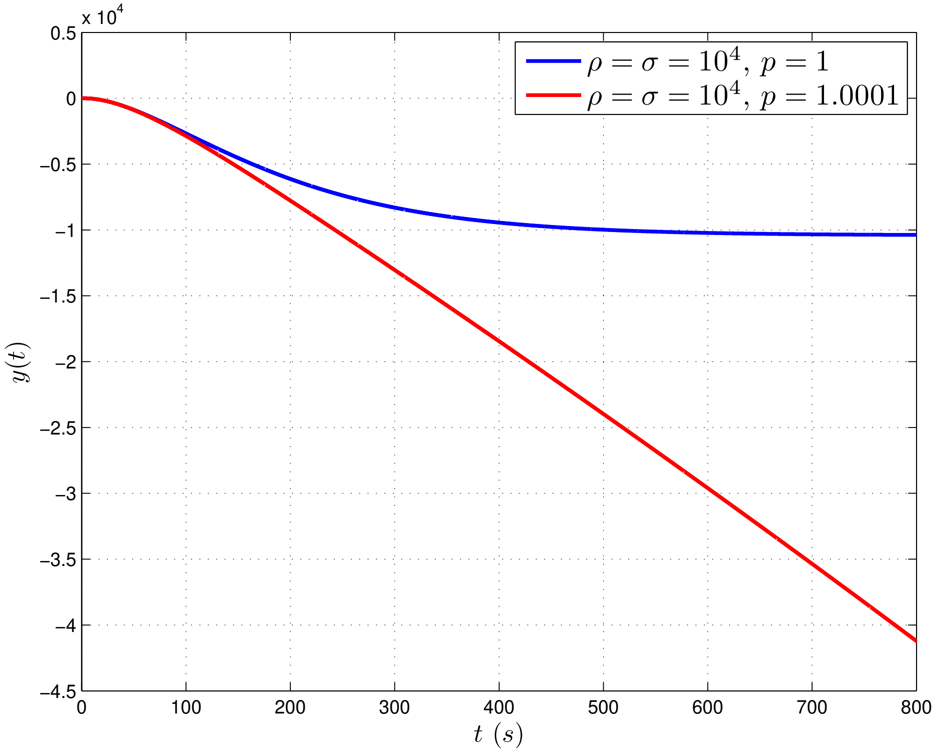
$$\lambda^4 + (\beta+\alpha-4)\lambda^3 + (6-2\alpha-2\beta+\beta\alpha)\lambda^2 + (-4+\beta+\alpha+2(p-1)\alpha\beta)\lambda + 1 + (1-p)\alpha\beta$$

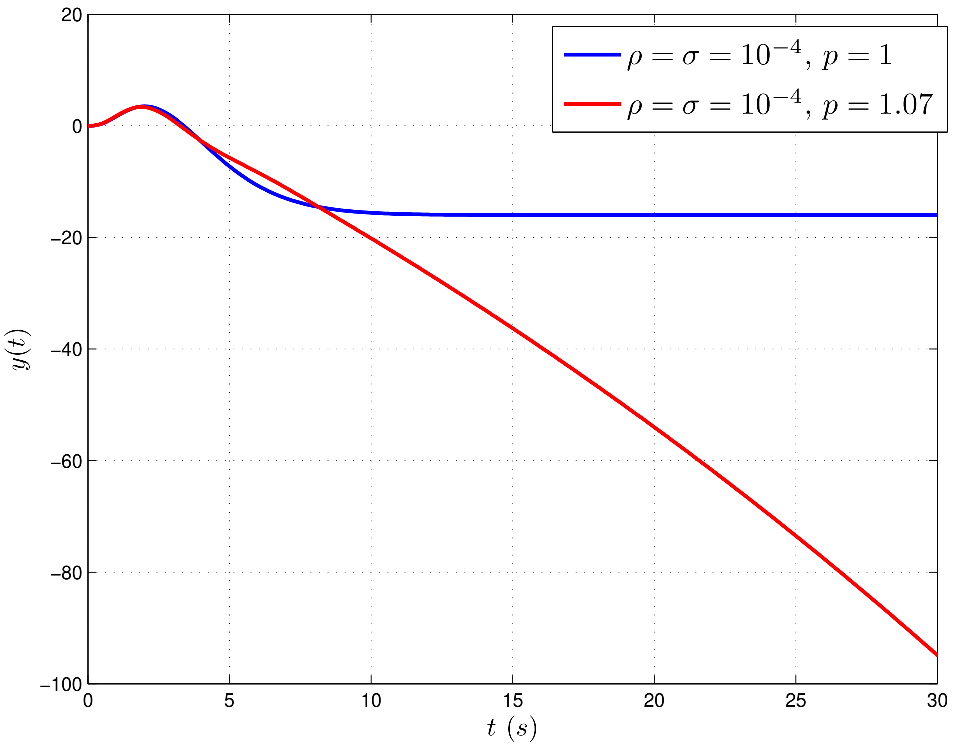
- Conditions nécessaires de stabilité

$$\boxed{1 + \frac{1}{\alpha\beta} > p > 1 + \frac{4-\alpha-\beta}{2\alpha\beta}}$$

Retour à l'exemple de [Doyle 78] IV

$$\tilde{K}_{LQG} = \frac{\alpha\beta p(2s-1)}{s^2 + (\alpha+\beta-2)s + 1 + \alpha\beta} \qquad \tilde{L}_{bo}(s,p) = \frac{1}{(s-1)^2}\tilde{K}_{LQG}(s,p)$$





$\alpha = \beta = 100,\ 0.9902 < p < 1.0001$ $\qquad$ $\alpha = \beta = 4,\ 0.875 < p < 1.06525$

Soit le modèle d'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Gamma w_d \ , \ \ x(0)$$
$$y(t) = Cx(t) + v$$
$$z(t) = Nx(t)$$

☛ **Problème 2** : *LQG/LTR*

Déterminer la commande $u(t)$ minimisant le critère de performance :

$$J = E\left[\int_0^\infty (z'Qz + u'Ru)dt\right]$$

*et recouvrant les propriétés de robustesse de la boucle ouverte du **LQ** :*

$$K_{LQG}G \ \rightarrow \ K_r(s\mathbf{1} - A)^{-1}B$$

➥ **Hypothèses 2** :

- (A, B) *est stabilisable,* (A, C) *est détectable,* $R = R' > 0$, $Q = Q' \geq 0$
- w_d $b.b.g.s. \sim \mathcal{N}(0, W)$, v $b.b.g.s. \sim \mathcal{N}(0, V)$, $x(0)$ $V.A.g. \sim \mathcal{N}(x_0, P_0)$

- But :
  Retrouver les propriétés de robustesse de la boucle ouverte du LQ :

$$K_{LQG}G \;\rightarrow\; K_r(s\mathbf{1}-A)^{-1}B$$

- Méthode :
  Calcul d'un observateur particulier

On choisit

$$E[w_d w_d'] = W = W_0 + q^2 BB' \qquad E[vv'] = V_0$$

❒ **Théorème 1** *: Loop Transfer Recovery*

Si $r = \dim(y) \geq m = \dim(u)$ *et* $C(s\mathbf{1}-A)^{-1}B$ *n'a pas de zéros instables alors quand* $q \rightarrow \infty$ *:*

- $K_f \rightarrow qBM(V_0^{1/2})^{-1}$ *où* $M \in \mathbb{R}^{m\times r} \;:\; M'M = \mathbf{1}_m$
- $K_{LQG}G \rightarrow K_r\Phi B$

Procédure 1 :

- *Synthétiser un correcteur LQ par loopshaping de* $K_r\Phi(s)B$
  Basses fréquences, roll-off aux hautes fréquences et pulsations de coupure
- *A partir de* $W_0,\ V_0$, *on augmente le paramètre de réglage* q :

$$W = W_0 + q^2 BB' \quad V = V_0$$

jusqu'à obtenir un recouvrement du transfert $K_{LQG}G$ *sur* $K_r\Phi(s)B$ *sur une bande de fréquences suffisamment grande*

Nota :

- L'augmentation de q dégrade le filtrage du bruit de mesure : compromis entre performance nominale LQG et robustesse
- $K(s)$ tend à inverser la matrice de transfert du système
- Pour un système à non minimum de phase, le recouvrement exacte ne peut être obtenu : procédures de recouvrement approché (limitation sur la bande passante)

Une procédure duale peut être appliquée pour le recouvrement :

- Calcul du filtre de Kalman (observateur)
- Recouvrement en sortie par réglage du régulateur LQ

$$Q = Q_0 + qC'C \quad R = R_0$$

❒ **Théorème 2** : *dual loop transfer recovery*

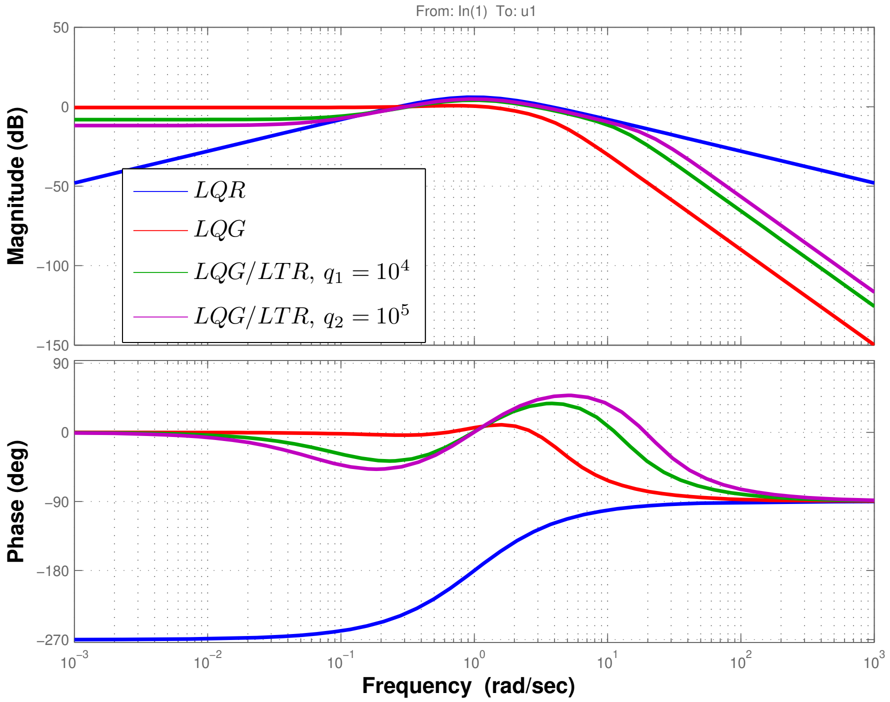
Si $\dim(u) \geq \dim(y)$ *et* $C(s\mathbf{1} - A)^{-1}B$ *n'a pas de zéros instables alors quand* $q \to \infty$ *:*

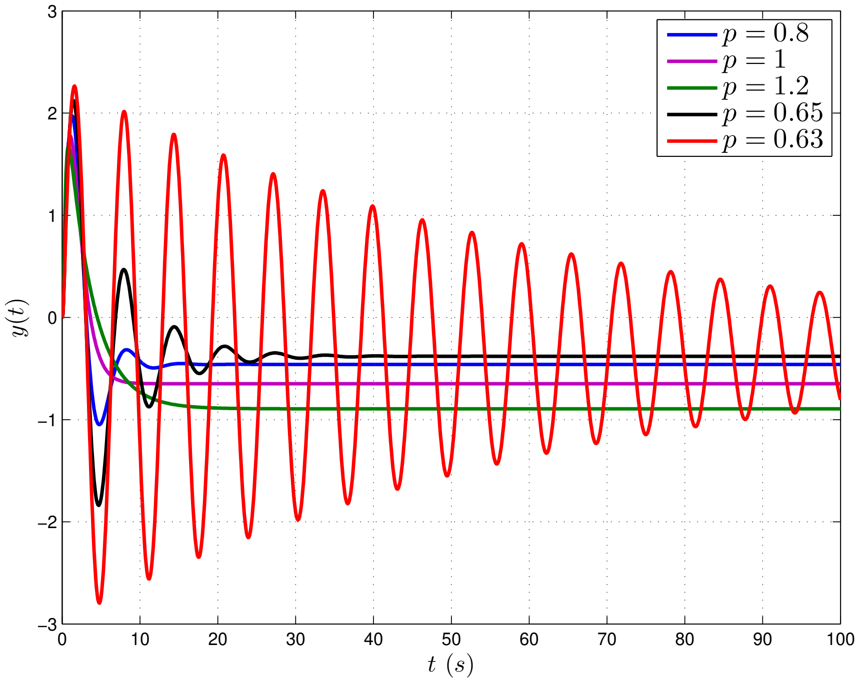
- $K_r \to q(R_0^{1/2})^{-1}TC$ *où* $T \in \mathbb{R}^{m \times r}$: $T'T = \mathbf{1}_r$
- $GK_{LQG} \to C\Phi K_f$

Nota : quand $q \to \infty$, l'amplitude des commandes augmente

$$r = m = 1 \text{ et } C(s\mathbf{1} - A)^{-1}B = \frac{1}{(s-1)^2}. \text{ Soit } W = \sigma \mathbf{1}_2 + q^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

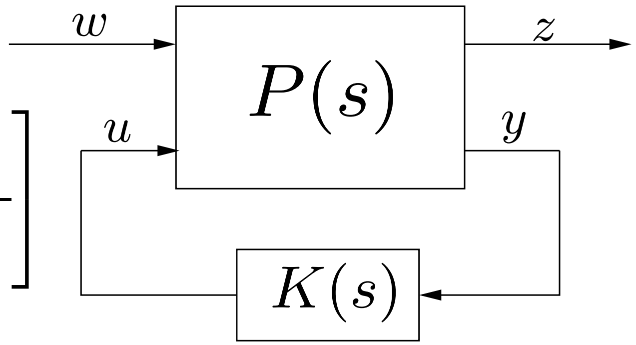
$$K_f \to B \qquad \tilde{K}_{LQG} G \to \frac{p\alpha s}{(s-1)^2}$$





Modèle généralisé :

$$P(s) \sim \left[\begin{array}{cc|c} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array}\right] \qquad K(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array}\right]$$



➥ **Hypothèses 3** :

1- (A, B_1) *et* (A, B_2) *stabilisables,* (C_1, A) *et* (C_2, A) *détectables*

2- $D_{12}'[C_1 \quad D_{12}] = [\mathbf{0} \quad \mathbf{1}]$ *et* $[B_1' \quad D_{21}']'D_{21}' = [\mathbf{0} \quad \mathbf{1}]'$

3- P, K *sont rationnelles, réelles et propres*

4- $\begin{bmatrix} A - j\omega\mathbf{1} & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ *et* $\begin{bmatrix} A - j\omega\mathbf{1} & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ *sont de rang plein* $\forall\ \omega$

Nota : $\mathcal{K}$ est l'ensemble des correcteurs admissibles :

$$\mathcal{K} = \{K \in \mathbb{C}^{m \times r} \mid T_{zw}(s) \in \mathcal{RH}_\infty\}$$

$$D_{11} + D_{12}(\mathbf{1} - D_K D_{22})^{-1} D_K D_{21} = \mathbf{0}$$

☛ **Problème 3** : **Synthèse optimale et sous-optimale $\mathcal{H}_2$**

1- Déterminer le correcteur K minimisant une norme $\mathcal{H}_2$ du transfert entre les sorties exogènes z et les entrèes exogènes w :

$$\min_{K \in \mathcal{K}} ||T_{zw}||_2$$

2- Déterminer $\gamma_2^* = \arg\left[\min_{K \in \mathcal{K}} ||T_{zw}||_2\right]$

3- $\gamma_2 > 0$ et P étant donnés, déterminer un correcteur K^{sub} tel que $\|T_{zw}\|_2 \leq \gamma_2$

Définissant les deux équations de Riccati algébriques duales :

$$A'X_2 + X_2A - X_2B_2B_2'X_2 + C_1'C_1 = 0 \qquad AY_2 + Y_2A' - Y_2C_2'C_2Y_2 + B_1B_1' = 0$$

$$F_2 = -B_2'X_2 \qquad L_2 = -Y_2C_2'$$

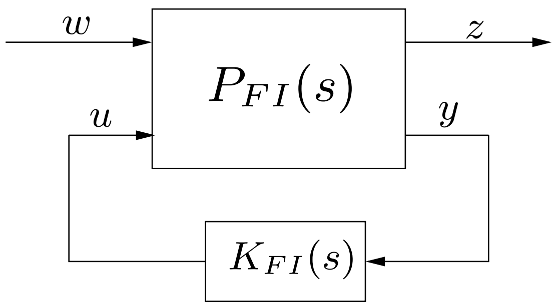
$$A_{F_2} = A + B_2F_2 \qquad A_{L_2} = A + L_2C_2$$

$$C_{1F_2} = C_1 + D_{12}F_2 \qquad B_{1L_2} = B_1 + L_2D_{21}$$

$$G_c(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_{F_2} & \mathbf{1} \\ \hline C_{1F_2} & \mathbf{0} \end{array}\right] \qquad G_f(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_{L_2} & B_{1L_2} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{array}\right]$$

$$\hat{A}_2 = A + B_2F_2 + L_2C_2$$

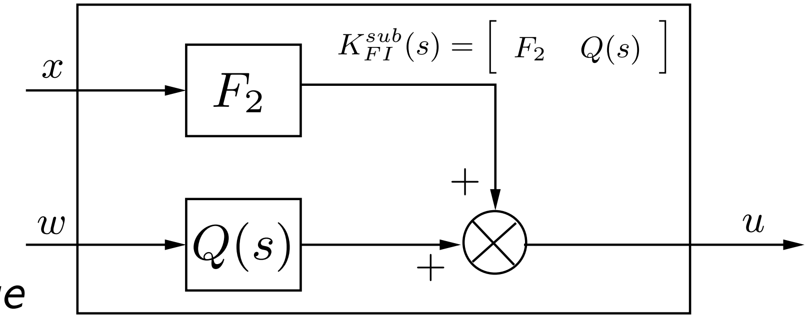
$$P_{FI}(s) \sim \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & \mathbf{0} & D_{12} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{array}\right] \qquad K_{FI}(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array}\right]$$



❒ **Théorème 3** *:* **Information complète**

1- L'unique correcteur $\mathcal{H}_2$ optimal est donné par :

$$\boxed{K^*_{FI_2}(s) \sim \left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & F_2 & \mathbf{0} \end{array}\right]}$$

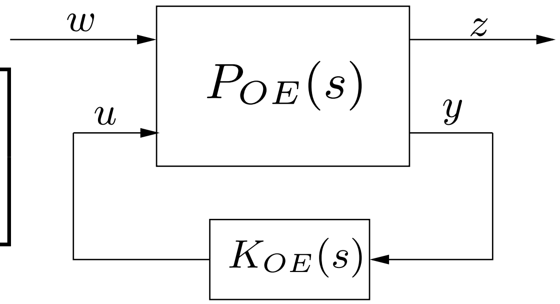


2- $\gamma^{*2}_{FI_2} = \|G_c B_1\|_2^2 = \text{trace}\,[B_1' X_2 B_1]$

3- $u = F_2 x + Q(s) w$ *et* $Q(s) \in \mathcal{RH}_2^{m_2 \times p_2}$ *telle que*

$$\|Q\|_2^2 < \gamma^2_{FI_2} - \|G_c B_1\|_2^2$$

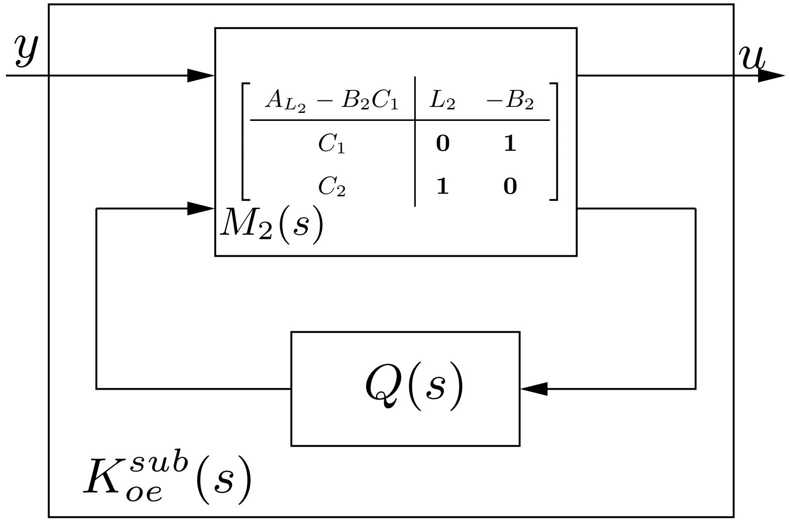
$$P_{OE}(s) \sim \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline C_2 & D_{21} & \mathbf{0} \end{array}\right] \qquad K_{OE}(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array}\right]$$



❒ **Théorème 4 : Estimation de sortie**

1- L'unique correcteur $\mathcal{H}_2$ optimal est donné par :

$$\boxed{K^*_{OE_2}(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_{L_2} - B_2C_1 & L_2 \\ \hline C_1 & \mathbf{0} \end{array}\right]}$$

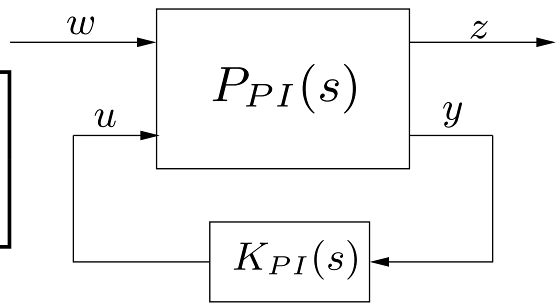


2- $\gamma^{*2}_{OE_2} = \|C_1G_f\|_2^2$

3- $u = \mathcal{L}_l(M_2, Q)y$ *et* $Q \in \mathcal{RH}_2^{(r_2+m_2)\times(r_1+r_2)}$ *telle que*

$$\|Q\|_2^2 < \gamma^2_{OE_2} - \|C_1G_f\|_2^2$$

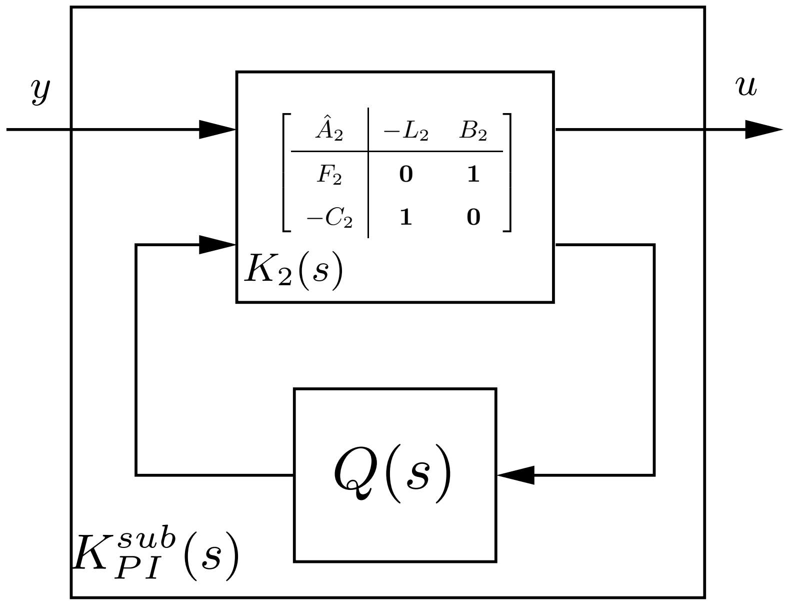
$$P_{PI}(s) \sim \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & \mathbf{0} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & \mathbf{0} \end{array}\right] \qquad K_{PI}(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array}\right]$$



❒ **Théorème 5 : Information partielle**

1- L'unique compensateur $\mathcal{H}_2$ optimal est donné par :

$$K^*_{PI}(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} \hat{A}_2 & -L_2 \\ \hline F_2 & \mathbf{0} \end{array}\right]$$



2-
$$\begin{aligned} \gamma^{*2}_{PI_2} &= \gamma^2_{FI_2} + \gamma^2_{OE_2} = \|G_cB_1\|_2^2 + \|F_2G_f\|_2^2 \\ &= \|G_cL_2\|_2^2 + \|C_1G_f\|_2^2 \end{aligned}$$

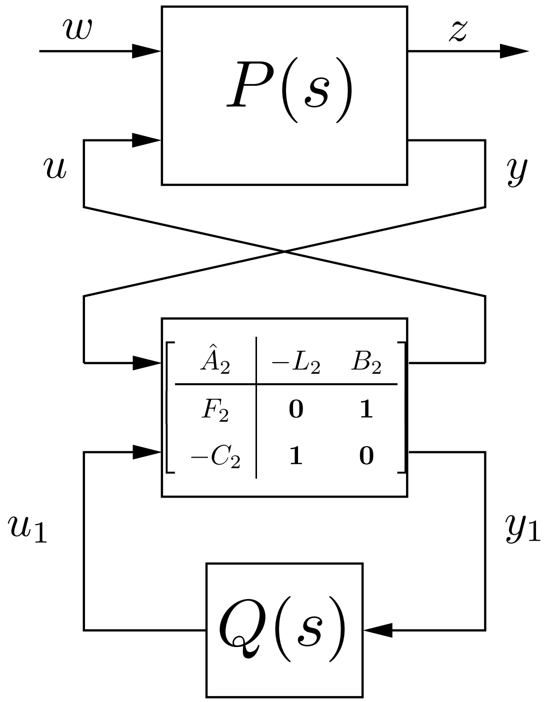
3- $u = \mathcal{L}_l(Q, K_2)y$ *et* $Q \in \mathcal{RH}_2^{m_2 \times p_2}$ *telle que*

$$\|Q\|_2^2 < \gamma^2 - (\|G_cB_1\|_2^2 + \|F_2G_f\|_2^2)$$

Principe de séparation :

Résolution d'un problème FI et d'un problème OE pour $C_1 = -F_2$

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\
z &= C_1 x + D_{12} u \\
y &= C_2 x + D_{21} w \\
\dot{\hat{x}} &= A_{L_2}\hat{x} - L_2 y - B_2 C_1 \hat{x} + B_2 u_1 \\
u &= F_2 \hat{x} + u_1 \\
y_1 &= -C_2 \hat{x} + y
\end{aligned}$$



✍ **Remarques 1** :

1- *Dynamiques en boucle fermée :*

OE $\Lambda_{BF} = \Lambda(A + L_2C_2) \cup \Lambda(A - B_2C_2) \cup \Lambda(A_K)$

PI $\Lambda_{BF} = \Lambda(A + B_2F_2) \cup \Lambda(A + L_2C_2) \cup \Lambda(A_K)$ FI $\Lambda_{BF} = \Lambda(A + B_2F_2) \cup \Lambda(A_K)$

2- *Le compensateur optimal $\mathcal{H}_2$ n'a pas de marges de stabilité garanties*

Nota : Régulateur $\mathcal{H}_2$ et LQG :

Le régulateur LQG est un compensateur $\mathcal{H}_2$ particulier où :

$$z(t) = \begin{bmatrix} Q^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} w_d \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & V^{1/2} \end{bmatrix} w \quad , \quad w \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{1})$$

Le modèle généralisé est donné par :

$$G \sim \left[\begin{array}{c|cc|c} A & W^{1/2} & \mathbf{0} & B \\ \hline Q^{1/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & R^{1/2} \\ \hline C & \mathbf{0} & V^{1/2} & \mathbf{0} \end{array}\right]$$

Réalisation minimale d'état du modèle généralisé :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_{22} = 0$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_{12} = 1 \qquad C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Modèle généralisé :

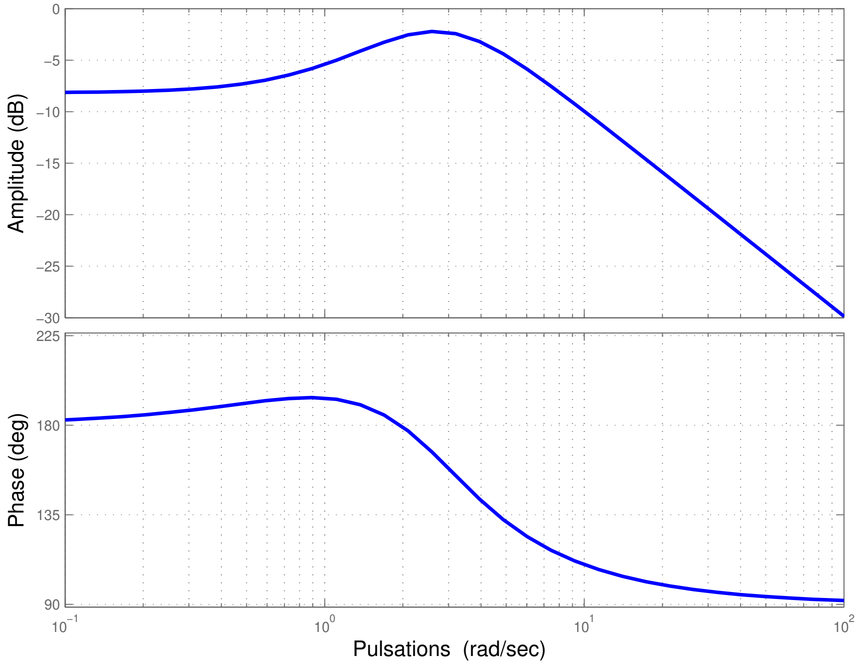
$$P(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{1}{s-1} & 1 & \dfrac{3}{s^2-1} \end{bmatrix}$$

```
>> A=[1 1;0 -1];B1=[1 0;0 0];B2=[0;3];C1=[0 0];C2=[1 0];D11=[0 0];D12=1;
>> D21=[0 1];D22=0;
>> P=ss(A,[B1 B2],[C1;C2],[D11 D12;D21 D22]);
```

➥ **Hypothèses 4** :

- (A, B_2) *est commandable donc stabilisable et* (A, C_2) *observable donc détectable*
- $D_{12}' \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ *et* $\begin{bmatrix} B_1' & D_{21}' \end{bmatrix}' D_{21}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $\mathrm{rg} \begin{bmatrix} A - j\omega\mathbf{1} & B_1 \\ -C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = \mathrm{rg} \begin{bmatrix} 1 - j\omega & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 - j\omega & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 3 \quad \forall\, \omega \in \mathbb{R}$

  $\mathrm{rg} \begin{bmatrix} A - j\omega\mathbf{1} & -B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = \mathrm{rg} \begin{bmatrix} 1 - j\omega & 1 & 0 \\ 0 & -1 - j\omega & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 3 \quad \forall\, \omega \in \mathbb{R}$



$$X_2 = \begin{bmatrix} 8/9 & 2/9 \\ 2/9 & 4/9 \end{bmatrix} \qquad Y_2 = \begin{bmatrix} 1+\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = -\begin{bmatrix} 4/3 & 2/3 \end{bmatrix} \qquad L_2 = -\begin{bmatrix} -1-\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma_{FI}^* = \frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad \gamma_{OE}^* = 2.0717$$

$$\gamma^* = 2.2761$$

```
>> P=ss(A,B,C,D);
>> [Kh2,N,H2,infos]=h2syn(P,1,1);
infos =
       NORMS: [0.9428 2.0717 2.2761 0]
         KFI: [-1.3333 -0.6667]
```

– Suivi de référence et réjection de perturbations :

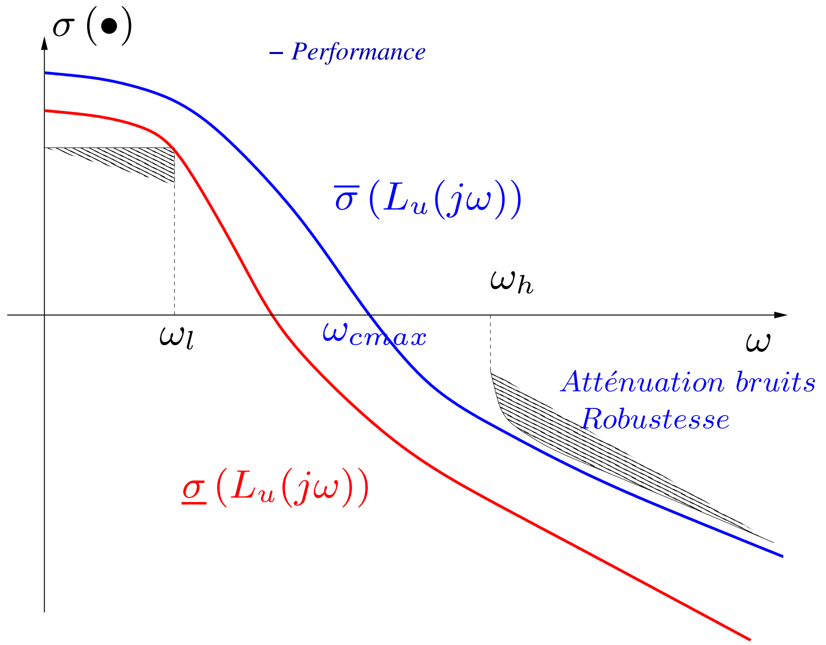
$$\underline{\sigma}(L_y) \text{ grand } \quad 0 \leq \omega \leq \omega_B$$

– Réduction d'énergie de commande :

$$\overline{\sigma}(K) \text{ faible } \quad 0 \leq \omega_B \leq \omega$$

– Filtrage des bruits de mesure :

$$\overline{\sigma}(L_y) \text{ faible } \quad 0 \leq \omega_B \leq \omega$$



- W_u : restriction sur u
- W_e, W_p : spécif. sur des transferts en BF
- W_i, W_n, W_o : contenu fréq. de d et de n
- W_r : modelage de la consigne

Exemple :

$$\min_{K \in \mathcal{RH}_\infty} \left\| \begin{matrix} W_e S_y W_o \\ \rho W_u K S_y W_o \end{matrix} \right\|_2$$