

Une structure générique pour la conception de méthodes d'optimisation d'arbres couvrants

Jérôme Brongniart, Clarisse Dhaenens, El-Ghazali Talbi

LIFL; INRIA Nord Europe; Université de Lille; Parc Scientifique de la Haute Borne 40, avenue Halley
Bât.A, Park Plaza, 59650 Villeneuve d'Ascq, France
{jerome.brongniart,clarisse.dhaenens,el-ghazali.talbi}@lifl.fr

Mots-Clés : *Arbres couvrants sous contraintes, programmation par contraintes.*

Soit un graphe $G = \{V, E\}$. Un arbre couvrant de G est un sous-graphe acyclique connectant l'ensemble des nœuds V de G . Si certains problèmes d'optimisation basés sur les arbres couvrants, tel que le problème de l'Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM), peuvent être résolus en temps polynomial de nombreuses variantes, comme certains problèmes d'ACPM sous contraintes, se révèlent être \mathcal{NP} -difficiles. De nombreuses méthodes dédiées existent pour certaines de ces variantes, mais elles sont difficilement généralisables à cause des représentations spécifiques sur lesquelles elles sont basées. Cela est principalement dû au fait que certaines de ces restrictions tel que le diamètre ou le flot réalisable sont des mesures globales dont le calcul peut être coûteux en temps même lors d'une petite modification de la solution courante (application d'un voisinage ou ajout d'une coupe).

Nous proposons d'utiliser une structure générique [1], initialement prévue pour résoudre des problèmes d'arbres couvrants dynamiques, dans le but de définir des méthodes exactes et heuristiques pouvant s'adapter à un grand nombre de restrictions tout en conservant une faible complexité algorithmique. La généralité de cette structure permettra également d'intégrer des méthodes de filtration issues de la programmation par contraintes, réduisant ainsi la taille de l'espace de recherche exploré par ces méthodes.

1 Structure utilisée

Les algorithmes de résolution de problèmes d'arbres couvrants dynamiques permettent, étant donné un graphe $G = \{V, E\}$ et un arbre couvrant T de G , de recalculer certaines propriétés telles que le diamètre de T ou l'ACPM de G lors d'une modification de G (ajout ou retrait d'une arête, modification du coût ou de la longueur d'une arête,...). La faible complexité algorithmique de ces méthodes est due au fait que seule une partie des informations nécessaires au calcul de ces propriétés est mise à jour. Une structure récente [1], appelée Top-Tree, a permis de généraliser les méthodes de mise à jour dynamique grâce à une prise en compte à la fois des informations relatives aux sous-arbres et aux chemins de l'arbre étudié, offrant ainsi une méthode unifiée pour le re-calcul de nombreuses informations d'excentricité ou de flot.

Cette structure se révèle très intéressante pour définir des voisinages et des méthodes d'énumération génériques par sa faculté à recalculer les informations permettant l'évaluation de la fonction de coût ou la vérification de la faisabilité de la solution en temps logarithmique là où ce calcul nécessite soit

une représentation particulière pour les méthodes dédiées, soit un calcul coûteux pour les méthodes génériques.

2 Exemple : Arbre couvrant de poids minimal sous contrainte de flot

Une solution partielle d'un problème d'arbre couvrant sur G peut être définie par le partitionnement des arêtes de G en trois ensembles disjoints M (Mandatory), F (Forbidden) et P (Possible) ou M est l'ensemble des arêtes obligatoires, F l'ensemble des arêtes interdites et P l'ensemble des arêtes non encore fixées [2].

Nous avons déjà montré [3] que la structure Top-Tree pouvait être adaptée pour garantir à chaque modification d'un partitionnement (déplacement d'une arête de P vers M ou F) qu'il existe au moins un arbre couvrant correspondant à ce partitionnement grâce au re-calcul des cycles et des ponts induits par ce changement en $O(|V|)$. De plus, cette adaptation a permis également de fixer les éléments de P en fonction d'une borne supérieure, tel que définis dans [2], en $O(|V| \log(|V|))$. Cette contrainte permet de garantir qu'il existe dans un partitionnement donné un arbre couvrant dont le coût est inférieur ou égal à la borne supérieure.

Nous avons également appliqué cette structure à la résolution heuristique du problème d'ACPM sous contrainte de diamètre à l'aide d'une recherche locale [5]. Nous montrerons comment ce type de voisinage, grâce à l'adaptation proposée de Top-Tree, peut aisément être utilisé pour prendre en compte une contrainte de flot. Nous utiliserons une méthode de filtrage, éliminant de P les arêtes ne permettant pas de construire un arbre couvrant réalisable selon le flot, et intégrerons la méthode de filtrage basée sur le coût, initialement utilisée pour une méthode exacte, pour permettre une résolution efficace du problème d'ACPM sous contrainte de flot.

Références

- [1] Renato Werneck. Design and Analysis of Data Structures for Dynamic Trees. Princeton University, 2006.
- [2] Grégoire Doms et Irit Katriel. The Minimum Spanning Tree Constraint. Principles and Practice of Constraint Programming (CP06) p 152166, 2006.
- [3] Jérôme Brongniart et Clarisse Dhaenens et El-Ghazali Talbi. Defining Filtering Algorithms for Restricted Tree Problems using Balanced Trees. Doctoral programme of the 13th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP07) p 13-19, 2007.
- [4] Jérôme Brongniart et Clarisse Dhaenens et El-Ghazali Talbi. Contraintes d'optimisation pour les problèmes d'arbres couvrants sous restrictions. Troisièmes Journées Francophones de Programmation par Contraintes (JFPC07) p 311-320, 2007.
- [5] Jérôme Brongniart et Clarisse Dhaenens et El-Ghazali Talbi. A Structure for Constrained Minimum Spanning Tree Local Searches. International Conference on Metaheuristics and Nature Inspired Computing (META08), 2008