Techniques d'équilibrage de coûts pour la gestion de stocks en environnement aléatoire

Guillaume Massonnet[1], Gautier Stauffer[2]

[1] Laboratoire G-SCOP ; Grenoble INP ; 46, avenue Félix Viallet, F-38031 Grenoble, France
guillaume.massonnet@g-scop.grenoble-inp.fr
[2] IMB ; Université Bordeaux 1 ; 351, cours de la Libération, F-33405 Talence, France
gautier.stauffer@math.u-bordeaux1.fr

Mots-Clés : *gestion de stocks, algorithmes d'approximation*

1 Présentation du modèle

Dans ce travail, nous nous intéressons à un modèle de gestion de stocks dans lequel nous considérons un seul entrepôt distribuant un seul type d'article. L'horizon de temps T est supposé fini et le temps est divisé en périodes indexées de 1 à T. On considère un *temps d'approvisionnement* ou *leadtime*, déterministe, entre le moment où l'entrepôt commande des unités et le moment où ces unités sont réceptionnées par l'entrepôt et peuvent être utilisées pour satisfaire des demandes. Les demandes des clients sont stochastiques, également indexées par les périodes : $D_1, \ldots, D_T$. La difficulté du modèle étudié provient de la structure de demandes considérée : les demandes futures sont fonctions de l'évolution de la demande réalisée et des événements extérieurs jusqu'à la période courante (ce type de modèle intègre en particulier les modèles de prévision de demande autorégressifs).

Les différents coûts encourus sont dépendants du temps et peuvent se décomposer en un coût de commande par unité c_t et un coût de stockage h_t par unité physique stockée à la période t. Lorsqu'une demande n'est pas satisfaite à temps, un coût de mise en attente p_t, ou *backorder*, est encouru pour chaque unité, pour chaque période t jusqu'à ce que la demande correspondante soit satisfaite. Enfin, chaque commande entraîne un coût fixe indépendant de la quantité commandée. L'objectif est de minimiser l'espérance des coûts encourus sur l'horizon T.

2 Solutions proposées

La programmation dynamique stochastique, qui s'avère efficace pour résoudre à l'optimal des problèmes similaires lorsque les demandes sont indépendantes et identiquement distribuées, trouve rapidement ses limites dans le type de modèle que nous étudions. En effet, dans le cas où les demandes sont dépendantes du temps et potentiellement corrélées, la taille de l'espace d'états du système, et avec elle le temps de calcul, explose exponentiellement avec la taille de l'horizon considéré.

Pour ce type de problèmes extrêmement complexes, une solution alternative consiste à chercher des algorithmes qui fournissent une solution approchée de la solution optimale tout en proposant un temps de calcul raisonnable. Dans ce travail, nous nous concentrons sur une nouvelle classe de politiques proposée par Levi, Pál, Roundy et Shmoys [3], appelées *balancing policies* ou *politiques d'équilibrage des coûts*. Grâce à cette approche, Levi et al. ont proposé des approximations pour plusieurs problèmes reconnus très difficiles : une 2-approximation pour les modèles avec demande corrélées sans coût fixe (avec ou sans limite de capacité, voir [3] et [4]), ainsi que pour le modèle *lost-sales* sans coût fixe avec demandes indépendantes ([5]). Dans le cas où des coûts fixes sont considérés, Shi et Levi [6] proposent également une politique "randomisée" qui fournit une 3-approximation.

Au cours de ce travail, nous nous sommes d'abord initiés à ces techniques en étudiant un de leurs ancêtres devenu classique, proposé par Bitran et al. [1] dans le cas déterministe. Les auteurs présentent un algorithme d'approximation pour le problème avec coût fixe sans backorder, dont l'idée principale consiste à équilibrer les coûts de stockage avec le coût fixe de commande. Intuitivement, leur politique cherche à s'assurer que lors de chaque commande, la quantité commandée amortit le coût fixe : le nombre d'unités commandées est tel qu'il permet de couvrir le plus grand nombre de périodes possible (et donc repousse la prochaine commande le plus tard possible), tout en garantissant que le prix à payer pour stocker ces unités reste inférieur au coût fixe. Sur le même principe, nous avons généralisé cet algorithme au modèle avec backorders et proposé une 2-approximation pour ce problème.

Le principe fondamental de ces techniques d'équilibrage repose sur la notion de *coût marginal*, qui permet de relier chaque coût encouru par le système à une unique décision. Suivant la même idée, nous avons pu généraliser cette technique au cas où les demandes sont stochastiques et corrélées, sous l'hypothèse que l'erreur de prévision sur les demandes futures est bornée par un réel positif δ. La politique proposée dans ce cas est une $\delta+4$-approximation, et se démarque de celle de Shi et Levi par l'aspect déterministe des décisions prises par l'algorithme (par opposition aux décisions aléatoires de la politique présentée dans [6]).

Finalement, nous avons intégré ces différentes techniques au logiciel de gestion de stocks *DIOS* développé par le groupe "Business Optimization" du *IBM Zurich Research Laboratory* et comparé les performances de ces algorithmes sur des jeux de données réelles lorsque les prévisions de demandes futures ne peuvent être établies avec certitude. Ce travail de test numériques enrichit celui déjà effectué par Hurley et al. [2] sur des données simulées, où la distribution des demandes futures est entièrement connue.

Références

[1] G. Bitran, T. Magnanti, and H. Yanasse. Approximation Methods for the Uncapacitated Dynamic Lot Size Problem. *Management Science* 30(9):1121–1140, 1984.

[2] G. Hurley, P. Jackson, R. Levi, R.O. Roundy, and D. B. Scmoys. New Policies for Stochastic Inventory Control Models : Theoretical and Computational Results. Submitted to *Operations Research*, 2005.

[3] R. Levi, M. Pál, R.O. Roundy, and D. B. Shmoys. Approximation Algorithms for Stochastic Inventory Control Models. *Mathematics of Operations Research* 32(2):284–302, 2007.

[4] R. Levi, R.O. Roundy, and D. B. Shmoys, V. A. Truong. Approximation Algorithms for Capacitated Stochastic Inventory Control Models. *Operations Research* 56(5):1184–1199, 2008.

[5] R. Levi, G. Janakiraman, M. Nagarajan. A 2-Approximation Algorithm for Stochastic Inventory Control Models with Lost Sales. *Mathematics of Operations Research* 33(2):351–374, 2008.

[6] Shi, C., and R. Levi. Approximation Algorithms for the Stochastic Lot-Sizing Problem. *Working Paper*, 2009.