Méthodologie de classification multicritère collective

Salem Chakhar[1], Inès Saad[2]

[1] Université Paris-Dauphine ; Paris, France
salem.chakhar@dauphine.fr
[2] Laboratoire MIS ; Université Picardie Jules Vernes, Sup De Co Amiens ; Amiens, France
ines.saad@u-picardie.fr

Mots-Clés : *Décision de groupe, Classification multicritère, Agrégation*

1 Introduction

On s'intéresse au problème de classification multicritère en présence de plusieurs décideurs. Soit $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ un ensemble de n actions évalués sur m critères et $Cl = \{Cl_1, Cl_2, \cdots, Cl_p\}$ un ensemble ordonné de $p \geq 2$ classes de décision. Soit $D = \{D_1, D_2, \cdots, D_r\}$ l'ensemble des décideurs. Dans la suite, les indices $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$, $t \in \{1, 2, \cdots, p\}$ et $k \in \{1, 2, \cdots, r\}$ désigneront, respectivement, les actions, les classes de décision et les décideurs. Soit $\mathfrak{M}$ un modèle de classification multicritère [2] qui n'implique q'un seul décideur et qui prend en input un ensemble d'exemples d'affectation (définis sur un sous-ensemble A^* de A) et infère un modèle de classification permettant d'affecter toutes les actions de A aux différentes classes de Cl. L'objectif de cette communication est de proposer une méthodologie de classification multicritère collective.

2 Méthodologie

Phase 1. Classification individuelle. À chaque décideur D_k on associe une matrice d'affectation $\mathcal{A}_k$ de taille $n \times p$ et dont les éléments sont définis comme suit :

$$\mathcal{A}_k(a_i, Cl_t) = \begin{cases} 1, & \text{si } a_i \text{ est affectée par } D_k \text{ à } Cl_t\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

La matrice $\mathcal{A}_k$ représente les exemples d'affection qui seront utilisés comme input pour $\mathfrak{M}$. L'objectif de la première phase est de générer, pour chaque décideur, une matrice de classification individuelle $\mathcal{R}_k$ définie comme suit :

$$\mathcal{R}_k(a_i, Cl_t) = \begin{cases} 1, & \text{si } a_i \text{ est affectée par } \mathfrak{M} \text{ à } Cl_t\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Phase 2. Agrégation. L'objectif de cette phase est d'utiliser une procédure de classification $\mathfrak{P}$ (décrite dans la section 4) afin de construire une matrice d'affectation collective $\mathcal{R}$ de taille $n \times p$ définie ainsi :

$$\mathcal{R}(a_i, Cl_t) = \begin{cases} 1, & \text{si } a_i \text{ est affectée par } \mathfrak{P} \text{ à } Cl_t\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

La procédure de classification $\mathfrak{P}$ se base sur une règle de majorité définie en §3.

3 Définition de la règle de majorité

Soit $\mathcal{M}_k$ une matrice de taille $n \times p$ définie comme suit (où $0 < \alpha < 1$) :

$$\mathcal{M}_k(a_i, Cl_t) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mathcal{A}_k(a_i, Cl_t) = \mathcal{R}_k(a_i, Cl_t)\,; \\ \alpha, & \text{if } \mathcal{A}_k(a_i, Cl_t) = 0 \wedge \mathcal{R}_k(a_i, Cl_t) = 1\,; \\ 1-\alpha, & \text{if } \mathcal{A}_k(a_i, Cl_t) = 1 \wedge \mathcal{R}_k(a_i, Cl_t) = 0\,; \end{cases}$$

Le premier cas dans la définition de $\mathcal{M}_k$ correspond aux affectations exactes, i.e., l'affection donnée par D_k coïncide avec celle donnée par $\mathfrak{M}$. Le second cas correspond à une situation où D_k n'affecte pas a_i à Cl_t alors que $\mathfrak{M}$ l'affecte. Le nombre α représente alors la pénalité d'une "affectation manquante". Le troisème cas correspond à une situation où D_k affecte a_i à Cl_t alors que $\mathfrak{M}$ ne l'affecte pas. Le nombre $1-\alpha$ représente alors la pénalité d'une "mauvaise affectation". Le paramètre α permet de donner, selon le domaine d'application, plus d'importance aux affectations manquantes ou aux mauvaises affectations.

Ensuite, nous définissons la fonction $\mathfrak{L} : D \rightarrow \mathbf{R}^+$ suivante :

$$\mathfrak{L}(D_k) \quad = \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{p}\mathcal{M}_k(a_i, Cl_t)$$

Remarquons que $\mathfrak{L}(D_k) \geq 0$, $\forall k$. Ceci est trivial car $\mathcal{M}_k(a_i, Cl_t) \geq 0$, $\forall k, i, t$. Remarquons également que $\mathfrak{L}(D_k) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{A}_k = \mathcal{R}_k$, $\forall k$. Soit $x, y \in \{0, 1\}$ et $\beta_{x,y}(a_i, Cl_t) = \{k' : D_{k'} \in D \wedge \mathcal{A}_{k'}(a_i, Cl_t) = x \wedge \mathcal{R}_{k'}(a_i, Cl_t) = y\}$. Nous définissons ensuite la fonction $\Pi_{x,y}$ comme suit :

$$\Pi_{x,y}(a_i, Cl_t) = 1 - \frac{\sum_{k \in \beta_{x,y}(a_i, Cl_t)} \mathfrak{L}(D_k)}{card(\beta_{x,y}(a_i, Cl_t))}$$

Soit $\theta \in [0,5-1]$ un seuil de majorité. L'assertion $\Pi_{x,y}(a_i, Cl_t) > \theta$ signifie que la coalition de décideurs pour lesquels $\mathcal{A}_k(a_i, Cl_t) = x$ et $\mathcal{R}_k(a_i, Cl_t) = y$ est majoritaire.

4 Procédure de classification collective

La procédure de classification $\mathfrak{P}$ comporte deux étapes. Une première étape dans laquelle on applique la règle suivante pour tous les couples (a_i, Cl_t) :

SI $\Pi_{x,y}(a_i, Cl_t) > \theta \wedge x = y$ ALORS $\mathcal{R}(a_i, Cl_t) \leftarrow x$
SINON $\mathcal{R}(a_i, Cl_t) =$ "?"
FIN_SI

Au terme de cette première étape, les couples (a_i, Cl_t) pour lesquels la règle précédente n'est pas vérifiée seront désignés par " ?" (i.e. information manquante). La deuxième étape est une étape interactive qui se base sur un dialogue entre l'homme d'étude et les différents intervenants. Son objectif est d'affecter les couples (a_i, Cl_t) qui n'ont pas pu être affectés durant la première étape. Si après plusieurs tentatives, la matrice $\mathcal{R}$ contient toujours des "?", les décideurs seront alors sollicités afin de revoir leur exemples d'affection (i.e. les matrices $\mathcal{A}_k$, $k = 1, \cdots, r$) et de reprendre la méthodologie.

5 Conclusion

Un exemple d'application (avec IRIS [1] comme modèle de classsifcition multicritère) sera présenté lors de la communication orale. Comme suite à ce travail, nous envisageons considérer le cas où la classification d'une action a_i à une classe Cl_t dépend de $\mathcal{A}_k(a_i, Cl_t)$ et $\mathcal{R}_t(a_i, Cl_t)$, $\forall\ t$. L'extension de la règle d'affectation afin de prendre en compte un seuil de véto sera aussi considérée.

Références

[1] L.C. Dias and V. Mousseau. IRIS : A DSS for multiple criteria sorting. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 12:285–298, 2003.

[2] M. Doumpos and C. Zopounidis. Multicriteria decision aid classification methods. Kluwer Academic Publishers, 2002.