Matrices de 1-consécutifs pour le problème de placement de rectangles

C. Joncour[1,3] et A. Pêcher[2,3]

[1] IMB ; Université de Bordeaux 1 ; 351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex, France
cedric.joncour@math.u-bordeaux1.fr
[2] IRIT ; Université Paul Sabatier, 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 9, France
arnaud.pecher@irit.fr
[3] INRIA Bordeaux Sud-Ouest ; 351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex, France

Mots-Clés : *problème de placement, graphe d'intervalles, matrices de 1-consécutifs.*

Le problème de placement 2D de rectangles est un problème classique en optimisation combinatoire. Etant donné un ensemble d'objets rectangulaires I de taille différente (noté $w_i^1 \times w_i^2$ $\forall i \in I$), le problème consiste à déterminer si l'ensemble des objets peut rentrer dans un conteneur donné de taille $W^1 \times W^2$ sans chevauchement ni dépassement du conteneur. La rotation des rectangles n'est pas permise.

En 1997, Fekete et Schepers [5, 6] ont utilisé les graphes d'intervalles comme structure de données afin de caractériser des classes de placements réalisables (cf. figure 1). Ils évitent ainsi d'énumérer des solutions symétriques. Ils ont obtenu un algorithme très efficace.

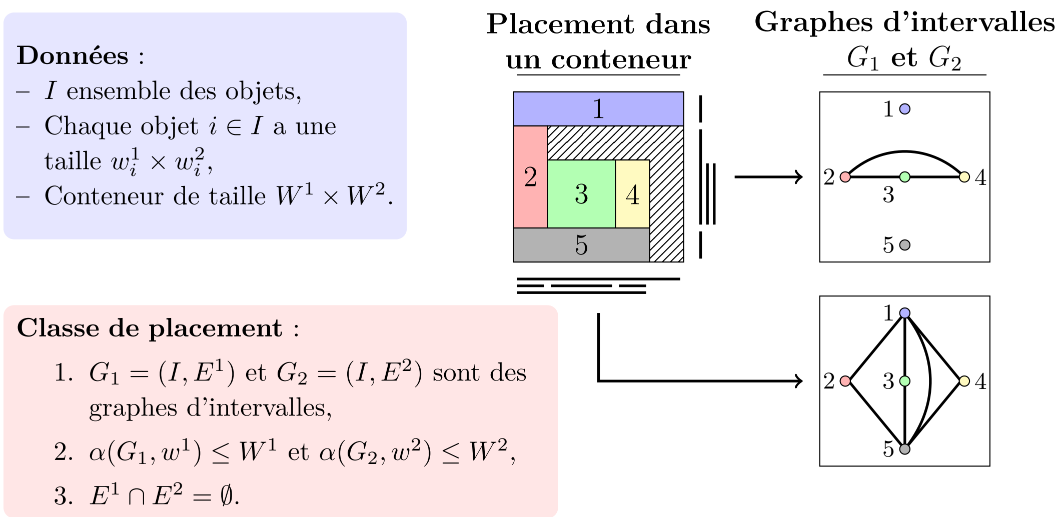

FIG. 1 – Classe de placement pour un placement 2D

Diverses approches ont été utilisées pour résoudre ce problème : des approches de génération de colonnes [9], d'optimisation d'un problème annexe [2], de plans coupants [1], de programmation par contraintes [8, 4] ...

Nous proposons un nouvel algorithme basé sur la caractérisation de Fulkerson et Gross des graphes d'intervalles [7].

Théorème 1 *Un graphe G est un graphe d'intervalles si et seulement si la matrice d'incidence sommets/cliques de G a la propriété de 1-consécutifs.*

Cette approche consiste à énumérer des matrices de 1-consécutifs vérifiant certaines conditions. Les colonnes d'une matrice (représentant les cliques d'un graphe d'intervalle) peuvent être vues comme des bandes d'items qui sont mises côte-à-côte pour remplir le conteneur. Pour vérifier la deuxième propriété des classes de placement, une largeur est associée à chaque colonne de la matrice nous permettant de calculer, pour chaque dimension, la largeur du stable maximale pondéré $\alpha(G, w)$.

Pour éviter d'énumérer des placements symétriques, nous exploitons un ordre lexicographique entre les matrices dans le but d'énumérer une seule matrice par classe de placement. D'autres techniques sont utilisées pour accélérer le processus. Elles sont, en partie, inspirées de l'approche de Clautiaux, Carlier et Moukrim [3].

Nous avons implémenté cet algorithme et les résultats obtenus sur les instances classiques sont prometteurs. Cet approche permet également de traiter les problèmes de placement à plus de deux dimensions.

Références

[1] R. Baldacci and M. A. Boschetti. A cutting plane approach for the two-dimensional orthogonal non-guillotine cutting stock problem. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1136–1149, 2007.

[2] A. Caprara and M. Monaci. On the two-dimensional knapsack problem. *Operations Research Letters*, 32(1):5–14, 2004.

[3] F. Clautiaux, J. Carlier et A. Moukrim. A new exact method for the orthogonal packing problem. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1196-1211, 2007.

[4] F. Clautiaux and A. Jouglet and J. Carlier et A. Moukrim. A New Constraint Programming Approach for the Orthogonal Packing Problem. *Computers and Operations Research*, 35(3):944–959, 2008.

[5] S. P. Fekete and J. Schepers. A new exact algorithm for general orthogonal d-dimensional knapsack problems. *Algorithms – ESA '97, Lecture Notes in Computer Science*, 1284:144–156, 1997.

[6] S. P. Fekete et J. Schepers. A combinatorial characterization of higher-dimensional orthogonal packing. *Mathematics of Operations Research*, 29(2):353-368, 2004.

[7] D. R. Fulkerson and O. A. Gross. Incidence matrices and interval graphs. *Pacific Journal of Mathematics*, 15(3):835–855, 1965.

[8] D. Pisinger and M. Sigurd. Using decomposition techniques and constraint programming for solving the two-dimensional bin packing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 19(1):36–51, 2007.

[9] G. Scheithauer. LP-based bounds for the conteneur and multi-conteneur loading problem. *International Transactions in Operational Research*, 6:199–213, 1999.