

Simulation de Monte-Carlo pour aider la décision dans une procédure d'attribution de fréquences radio par enchères

Jean-Luc Lutton, Olivier Klopfenstein

Laboratoire CORE/TPN ; France Telecom Division R&D ;
38,40 av. du Général Leclerc, F-92794 Issy les Moulineaux
{jeanluc.lutton, [olivier.klopfenstein](mailto:olivier.klopfenstein@orange-ftgroup.com)}@orange-ftgroup.com

Mots-Clés : *fréquences radio-mobile, enchères, simulation, Monte-Carlo, Crystal-Ball*

1 Introduction

Les fréquences radio sont des ressources rares sous contrôle des états. Communément beaucoup de pays utilisent les mécanismes d'enchères pour attribuer les licences d'exploitation des fréquences dédiées à des usages commerciaux comme les services de télécommunication mobiles. Les enjeux économiques dans ces enchères sont souvent très importants : on se rappellera les attributions des licences UMTS au Royaume-Unis et en Allemagne en 2000 qui avaient défrayées la chronique.

En avril 2008 l'autorité de régulation anglaise (l'OFCOM) a proposé les règles du mécanisme pour attribuer des licences dans la bande des 2.6GHz. En fait plusieurs ressources radio sont concernées dont la bande 2500-2690MHz découpée en 38 blocs de 5MHz dont 2*14 blocs en duplexage fréquentiel (FDD) et 9 blocs en duplexage temporel (TDD). Pour respecter la neutralité entre les différentes technologies spectrales, la décision 2008/477/CE de l'Union Européenne autorise la transformation de toute ou partie des fréquences FDD en fréquences TDD.

L'OFCOM a choisi de laisser le marché décider du partage de cette bande de fréquences entre les technologies FDD et TDD via le processus d'attribution par enchères. Cela complexifie fortement le processus. Cette complexité jointe à l'importance des enjeux nécessite de mettre en œuvre des outils d'aide à la décision pour évaluer les risques et opportunité de la procédure d'attribution et pour tester les stratégies possibles pour enchérir et surenchérir.

2 Le mécanisme d'enchère

Le mécanisme d'enchères proposé par l'OFCOM comporte 2 phases. La première phase principale comprend 2 étapes : la première consiste en une enchère au cadran à plusieurs tours et la seconde est une enchère sous plis scellé au second prix. A l'issue de la première étape les gagnants des licences et la composition des licences sont connus par contre c'est la seconde phase qui détermine l'emplacement respectif des licences dans la bande spectrale. Comme pour la seconde étape de la première phase, les affectations dans cette seconde phase seront décidées via une enchère à un seul tour au second prix.

A chaque tour de l'enchère au cadran, le commissaire priseur (l'OFCOM) propose un prix pour chaque ressource dont les lots à 5MHz FDD ou TDD. Chaque enchérisseur fait alors une offre qui donne sa quantité souhaitée pour chaque ressource (un paquet). Le commissaire priseur en déduit la demande totale pour chaque ressource. Si la demande pour certaines ressources excède l'offre, le commissaire priseur augmente le prix pour ces ressources pour un nouveau tour de l'enchère au cadran. Cette enchère au cadran est contrainte. Dans son premier tour les prix des ressources sont fixés à leurs prix de réserve. La taille des paquets pour lesquels un enchérisseur peut faire une offre est limitée par un nombre maximal de 16 points d'éligibilité. Le lot 2010-2025MHz et chaque lot 5MHz FDD comptent pour 2 points d'éligibilité. Un bloc de n lots 5MHz TDD compte pour n-1 points.

Au fur et à mesure des tours de l'enchère à cadran, les enchérisseurs font évoluer leurs demandes pour les 3 ressources en fonction de l'évolution des prix des ressources. La seule contrainte est qu'un enchérisseur ne peut faire d'offres que pour des paquets avec au plus le même nombre de points d'éligibilité que pour le paquet de son offre du tour précédent. Signalons que dans le premier tour le nombre maximal de points d'éligibilité est fixé à 16. L'enchère à cadran se termine lorsque la demande pour chaque ressource n'excède pas l'offre pour cette ressource.

Cette enchère à cadran ne détermine pas les acquéreurs finaux des licences. Elle détermine les modalités des offres que chaque enchérisseur pourra soumettre dans l'enchère sous plis scellés au second prix dans la 2nd étape de la phase principale. Ces modalités sont tellement complexes qu'il est impossible de les décrire ici en quelques lignes. Le principe de ces règles est que tous les enchérisseurs peuvent faire des offres même s'ils ont abandonné avant la fin de l'enchère au cadran. Ils peuvent de plus faire des offres sur plusieurs paquets. Les montants de ces offres sont fortement contraints par les

offres faites par les enchérisseurs dans les tours de l'enchère à cadran. Seules les offres présentes dans le dernier tour de l'enchère à cadran n'ont pas de montant contraint.

Les offres gagnantes de l'enchère sous pli scellé sont déterminées comme l'ensemble des offres tel que la somme des montants est maximale sachant qu'un enchérisseur a au plus une offre gagnante. Bien entendu le cumul de la demande pour chaque ressource pour ces offres gagnantes ne dépasse pas l'offre. Le prix pour chaque offre gagnante est déterminé selon le principe des enchères au 2nd prix. Le lecteur pourra se référer à [2] pour avoir plus de précisions sur les règles de cette seconde étape d'enchères.

L'objectif recherché par l'Ofcom avec ce mécanisme est d'encourager les enchérisseurs à soumettre des offres sincères sur les paquets (montant de leur offre est égal à leur évaluation) qui leur apportent le meilleur gain lors de l'enchère à cadran. En fait elle cherche à reproduire le principe de compatibilité des incitations des enchères de Vickrey pour une seule ressource indivisible.

A l'issue de la phase d'attribution des licences, une autre enchère à un tour sous plis scellé au second prix décide du placement des licences dans le spectre. Pour raison de simplification nous ne considérerons pas cette phase par la suite.

3 Le Simulateur

La complexité du mécanisme rend difficile l'analyse des stratégies pour cette enchère notamment pour ce qui concerne l'articulation entre les 2 étapes de la première phase principale du processus d'attribution : l'enchère au cadran et l'enchère à 1 tour au 2nd prix. La simulation de Monte Carlo apparaît comme un outil judicieux pour analyser les risques et les opportunités dans cette procédure d'attribution de fréquences proposée par l'OFCOM.

Notre tâche se trouve grandement facilitée par la fourniture par l'OFCOM d'un applicatif (un binaire exécutable sous Windows) permettant de calculer l'ensemble des offres gagnantes et les 2nd prix pour un ensemble donné d'offres soumises par les enchérisseurs. La référence [3] donne une vision détaillée des modèles pour déterminer les offres gagnantes et leurs 2nd prix. La référence [4] quant à elle décrit le logiciel de résolution basé sur une méthode de programmation dynamique.

Notre simulateur de Monte Carlo reproduit le fonctionnement du mécanisme d'attribution. Il comporte plusieurs modules. Un 1^{er} module s'occupe de la génération des instances. En fonction des caractéristiques des enchérisseurs, il calcule pour chacun sa fonction d'évaluation pour tous les paquets. Pour cela il utilise des profils d'évaluation types. Les fonctions d'évaluation d'un enchérisseur sont obtenues par bruitage aléatoire des profils types. Ce bruitage aléatoire comporte 3 composantes : un redimensionnement, une translation et un bruitage blanc.

Le second module simule l'enchère à cadran. Le fonctionnement de celle-ci est défini par 2 fonctions de décision. Celle du commissaire priseur qui en fonction d'une demande totale pour les ressources doit fixer leurs nouveaux prix pour le tour suivant. Plusieurs méthodes ont été testées : un ajustement "optimal" qui cherche à minimiser le nombre de tour dans l'enchère et un ajustement itératif qui est certainement plus représentatif du comportement réel d'un commissaire priseur qui veut éviter une augmentation trop rapide des prix des ressources. La seconde est celle des enchérisseurs qui à chaque tour décident du paquet pour lequel ils soumettent une offre. Ils peuvent aussi décider d'abandonner. Comment ils font ce choix est une caractéristique des enchérisseurs. Ils peuvent respecter le souhait de l'OFCOM en choisissant le paquet qui leur apporte le meilleur gain entre leur évaluation et le prix payé mais ils peuvent suivre une autre stratégie.

Le troisième module réalise la génération de toutes les offres des enchérisseurs en fonction du déroulement de l'enchère à cadran et de la stratégie de chaque enchérisseur. Un élément de cette stratégie est le niveau de rationalité de l'enchérisseur : le montant proposé dans ses offres correspond-t-il toujours à sa fonction d'évaluation comme préconisé par l'OFCOM ou bien est-il susceptible de soumettre des offres avec un montant plus élevé (resp. moins élevé) que sa fonction d'évaluation.

Le quatrième module calcule l'ensemble des offres gagnantes et leurs second prix. Pour cela il prépare les données d'entrée pour le solveur de l'OFCOM et lance l'exécution de celui-ci. Il récupère ensuite les résultats de l'optimisation.

Un cinquième module analyse les résultats pour chaque instance simulée et élabore les résultats statistiques globaux sur l'ensemble des instances en fonction du plan d'expérience choisi.

Pour développer ce simulateur, nous avons utilisé le progiciel de gestion des risques Crystal Ball qui est un add-in d'Excel. L'avantage de cette approche est de bénéficier de l'ensemble des fonctionnalités d'analyse statistique et de génération d'événements aléatoires de Crystal Ball ainsi que des environnements de calcul et de développement d'Excel. L'environnement Excel permet en effet de développer ses propres macros et fonctions de calcul dans le langage VBA. Il permet aussi de lancer l'exécution de programmes binaires externes comme le solveur de l'OFCOM.

4 Quelques Résultats

L'utilisation intensive de fonctions programmées en Visual Basic ainsi que la vitesse de résolution du solveur fourni par l'OFCOM permettent un temps de simulation pour chaque instance relativement petit. Pour les instances avec 12 enchérisseurs que nous avons traités, le temps CPU pour simuler une instance variait entre 2.5 secondes et 10 secondes selon la difficulté de l'instance. Il est donc possible de réaliser des plans d'expérience avec plusieurs milliers d'instances (souvent de l'ordre de la dizaine de milliers) en moins de 1 jour de temps CPU sur un PC standard.

Ce simulateur nous a permis d'identifier certaines caractéristiques essentielles du mécanisme d'enchère proposée par l'OFCOM. Nous avons notamment montré l'importance du prix relatif atteint par les lots de fréquences FDD et TDD à l'issue de l'enchère au cadran. Nous avons aussi constaté que l'enchère au cadran pouvait souvent se terminer dans une configuration où la demande pour certaines ressources est strictement plus faible que l'offre.

Le simulateur a également permis de détecter des instances pour lesquelles l'attribution finale n'est pas juste : l'acquéreur d'un paquet paye plus qu'un autre acquéreur alors que son paquet est strictement plus petit sur l'ensemble des ressources que celui obtenu par cet autre acquéreur. Cette situation peut notamment se produire lorsque des enchérisseurs ne sont pas rationnels ou ne respectent pas la préconisation de l'OFCOM.

Références

- [1] [Auction of spectrum: 2500–2690MHz, 2010–2025MHz Information Memorandum](#), Ofcom April 2008
- [2] [Proposed modification to cap on basic supplementary bids in Principal Stage of auction of 2.6 GHz and 2010 MHz bands](#), Ofcom October 2008
- [3] [Winner determination and second pricing algorithms for combinatorial clock auctions](#), Dan Maldoom December, DotEcon Discussion Paper No. 07/01 2007
- [4] [User guide for 2.6GHz winner determination and pricing software](#), DotEcon Ltd. 2008