Découpage et ordonnancement Juste-à-Temps de lots de production

Oncü Hazir[1], Safia Kedad-Sidhoum[1]

LIP6-CNRS ; Université de Paris 6 ; 104, avenue du président Kennedy, 75016 Paris, France
{oncu.hazir,safia.kedad-sidhoum}@lip6.fr

Mots-Clés : *lot-streaming, ordonnancement, avance-retard, problème à une machine.*

1 Introduction et présentation du problème

Nous nous intéressons au problème intégré de planification et d'ordonnancement qui consiste à partir des quantités de références à produire définies dans le plan de production à proposer un découpage de ces quantités en lots de production et un ordonnancement juste-à-temps de ces lots. Il s'agit d'un problème intégré de lot-streaming et d'ordonnancement [2]. L'originalité de ce problème réside en la prise en compte simultanée de critères de ponctualité et de coût de création de lots d'une part et de contraintes de taille de lot minimale et maximale d'autre part. Des travaux antérieures portant sur la seule prise en compte de coûts pondérés de retard ont été menés [1, 3]. Nous présentons ici de nouvelles propriétés lorsque des pénalités d'avance sont prises en compte. On considère un problème à une machine sur laquelle un seul lot est exécuté à un instant donné. L'ensemble des productions planifiées $k = 1, \cdots, K$ sont caractérisées par des quantités de demandes r_k et des dates échues d_k. Une pénalité d'avance (resp. de retard) α_k (resp. β_k) est induite pour toute livraison en avance (resp. en retard). Nous nous plaçons dans le cas ou chaque demande peut-être répartie sur plusieurs lots (multi-pegging), un lot peut donc comporter différentes références. Pour satisfaire les demandes, il s'agira de définir des lots de production (N) dont la taille est comprise entre une taille minimale b et maximale B et de les ordonnancer de façon à minimiser les coûts de création de lots π (setup) ainsi que les coûts de ponctualité par rapport aux dates échues des demandes. Une spécificité du problème réside en le fait que la date de livraison de chaque unité de demande est definie par la date de fin d'exécution C_i du lot B_i dans lequel elle est produite. La fonction à optimiser est donc $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} q_i^k \max\{\alpha_k(d_k - C_i), \beta_k(C_i - d_k)\} + \pi N$ avec q_i^k quantité de demande k produite dans le lot B_i. Pour illustrer le problème, on considère une instance à $K = 4$ demandes. Les paramètres sont définis par $b = 3$, $B = 5$, $r = (10, 15, 1, 9)$, $d = (11, 18, 20, 24)$, $\pi = 10$, $\alpha = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$ et $\beta = (1, 1, 1, 1)$. Un ordonnancement réalisable Ψ est illustré par la Figure 1. Chaque rectangle représente un lot et chaque couleur une demande.

Le coût de l'ordonnancement Ψ est défini par $f(\Psi) = 236$, il est composé de 80 unités liées à la création de 8 lots, 27 unités d'avance et 129 unités de retard. La décomposition du coût d'avance est définie comme suit : *Demande 1* : 0.5(5(11-5)+5(11-10))=17.5 *Demande 2* : 0.5(3(18-13)+4(18-17))=9.5. La décomposition du coût de retard est : *Demande 1* : 0, *Demande 2* : 5(22-18)+3(26-18)=44, *Demande 3* : 1(26-20)=6 et *Demande 4* : 4(30-24)+5(35-24)=79.

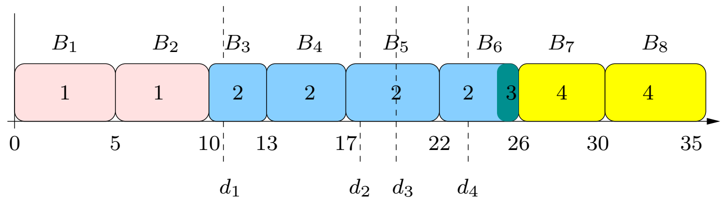

FIG. 1 – Illustration du problème étudié

2 Propriétés structurelles dans le cas d'une date échue commune

- Il existe un ordonnancement optimal dans lequel les unités de demande produites en avance ou à l'heure sont triées dans l'ordre non-décroissant de leurs pénalités d'avance et les unités de demande produites en retard sont ordonnées dans l'ordre non-croissant de leurs pénalités de retard.
- Il existe un ordonnancement optimal dans lequel les lots en avance (constitués d'unités en avance) ou à l'heure (constitués d'unités à l'heure) sont exécutés selon l'ordre non-décroissant de leurs tailles. De façon similaire, les lots en retard (constitués d'unités en retard) sont exécutés selon l'ordre non-décroissant de leurs tailles.
- Il existe un ordonnancement optimal contenant au plus un lot en avance ou à l'heure dont la taille est strictement comprise entre b et B.
- Les ordonnancements pour lesquels les lots en avance et à l'heure sont de taille maximale sont dominants.

Dans le cas d'une seule demande r, on observe de plus :
- Etant donnée la taille des lots, l'ordre d'exécution des lots (en avance, à l'heure ou en retard) n'affecte pas la valeur la fonction objectif.
- Il existe un ordonnancement optimal dans lequel la différence absolue entre la taille de deux lots en retard est au plus égale à 1.

Les propriétés suivantes permettent de caractériser les dates de début d'exécution du "lot-pont" (qui commence strictement avant la date échue pour se terminer strictement après cette date) ou celle de l'ordonnancement.
- Lorsque la date échue d est non restrictive, il existe un ordonnancement optimal dans lequel le premier lot commence à la date $S_{[1]}$ tel que $d - B - \lfloor \frac{\beta}{\alpha+\beta} r \rfloor \leq S_{[1]} \leq d - \lceil \frac{\beta}{\alpha+\beta} r \rceil$.
- Lorsqu'il existe un lot-pont dans un ordonnancement optimal alors celui-ci débutera à la date S_i avec $S_i \mod B = 0$ or $(r - S_i) \mod b = 0$.

Les propriétes précédentes permettent d'établir un algorithme de résolution de complexité $O(\log B + \log(\frac{r}{b}))$ pour résoudre le problème avec une demande. Des propriétés ont également été établies dans le cas où les dates échues sont distinctes, ou dans le cas des machines parallèles ou encore lorsque des contraintes de précédence de type chaîne sont prises en compte.

Références

[1] O. Hazir, S. Kedad-Sidhoum et P. Chrétienne. *Batching and Scheduling with Tardiness Penalties*. In Multidisciplinary International Conference on Scheduling : Theory and Applications (MISTA), 2009.

[2] C.N. Potts and L.N. Van Wassenhove. Integrating scheduling with batching and lot-sizing : A review of algorithms and complexity. *Journal of the Operational Research Society*, 43:395–406, 1992.

[3] A. Robert. *Optimisation des batches de production*. PhD. thesis (2007), Université Pierre et Marie Curie (Paris 6).