

Algorithme de Martins et intégrale de Choquet pour le calcul de plus courts chemins multi-critères préférés

Hugo Fouchal^{1,2}

Xavier Gandibleux¹

Fabien Lehuédé²

¹ LINA, Université de Nantes, UFR Sciences et Techniques, 2 rue de la Houssinière, F-44322 Nantes, France

{Hugo.Fouchal, Xavier.Gandibleux}@univ-nantes.fr

² IRCCyN, École des Mines de Nantes, 4 rue Alfred Kastler, F-44307 Nantes, France

Fabien.Lehuede@emn.fr

Mots-Clés : *problème de plus court chemin multi-objectif, prise en compte des préférences, intégrale de Choquet.*

Introduction

Les travaux présentés s'appuient sur deux domaines de recherche distincts. Le premier concerne le domaine de l'optimisation combinatoire multi-objectif (MOCO) [4] et plus précisément l'étude des problèmes de plus courts chemins multi-objectif [5]. Les méthodes proposées par ce domaine de recherche visent le calcul de solutions dites efficaces au regard des différents objectifs.

Le second concerne l'aide multi-critère à la décision (MCDA) [7]. Les méthodes proposées par ce domaine de recherche permettent la modélisation des préférences d'un expert du domaine de décision du problème multi-critère, appelé décideur. Ce modèle de préférences doit ensuite permettre la comparaison des solutions au regard des différents critères, en vue de l'orienter vers une recommandation de type choix, tri ou rangement.

Problématique : intégration des préférences au sein d'algorithmes MOCO

L'objectif de nos travaux est de prendre en compte les préférences, selon un modèle de préférences préalablement établi, directement au sein d'un algorithme pour la résolution du problème de plus court chemin multi-objectif. Le but est d'éviter la génération de l'ensemble des solutions efficaces du problème, puis, a posteriori de la génération, le choix d'une solution représentative des préférences du décideur. Le modèle de préférences utilisé est basé sur la théorie MAUT (théorie de l'utilité multi-attribut) [7] où l'intégrale de Choquet [3] est utilisée pour agréger les critères. Cette fonction d'agrégation permet non seulement de modéliser les différences d'importance mais aussi les interactions entre critères.

L'algorithme de Martins [2] (algorithme d'étiquetage) est utilisé ici comme moteur de la résolution de problèmes de plus court chemin multi-objectif. Une telle problématique a déjà été traitée dans le cadre, plus restreint, de l'optimisation robuste. Ainsi Galand et Perny [1] proposent d'ajouter une règle de coupe à un algorithme d'étiquetage, dans le cadre de l'optimisation d'une intégrale de Choquet supermodulaire (toutes les interactions inter-critère étant positives). Cette règle permet un gain de temps grâce à la réduction du nombre de labels développés durant la procédure.

Contribution : utilisation d'information combinatoire et préférentielle pour le calcul de bornes

Afin de pouvoir utiliser une intégrale de Choquet quelconque dans le cadre plus général de l'aide à la décision multi-critère nous avons apporté une première contribution [6] en généralisant les travaux de Galand et Perny. Pour cela nous définissons de façon formelle une somme pondérée valide. Cette définition permet ainsi de poser un problème linéaire ayant pour solution une somme pondérée valide, en fonction d'une intégrale de Choquet quelconque. Grâce à cette somme pondérée on se ramène à un problème de plus court chemin mono-objectif dont la solution constitue une borne inférieure de l'intégrale de Choquet. Cette borne inférieure permet de supprimer des labels durant l'exécution de l'algorithme de Martins. Ainsi cette approche réduit considérablement le temps de calcul par rapport à la génération de l'ensemble des solutions efficaces.

Cette généralisation des travaux existants est basée uniquement sur l'utilisation d'information d'ordre préférentielle. La structure combinatoire du problème peut être exploitée d'avantage dans la définition d'une somme pondérée valide. Notamment, dans le cadre d'un problème de plus court chemin il est facile de calculer une borne inférieure et supérieure pour chacun des critères. Grâce à ces bornes, une nouvelle définition pour une somme pondérée valide est formalisée. On en déduit un nouveau problème linéaire pour la construction de cette somme pondérée. Les résultats numériques nous montrent que cette méthode améliore encore les temps de calcul, notamment dans les cas les plus difficiles de l'intégrale de Choquet. De plus, meilleures sont les bornes sur les domaines de définition des critères, meilleure sera l'amélioration apportée par l'utilisation de celles-ci. Ainsi, un travail particulier sur le calcul de ces bornes a été réalisé. Ces travaux sur les bornes constituent notre seconde contribution.

Perspectives

Plusieurs pistes prometteuses se présentent en perspective de ces deux contributions. Citons : (1) la gestion dynamique de bornes sur chacun des critères ; (2) l'intégration de fonctions d'utilité mono-critère dans le modèle de préférences ; (3) et encore l'optimisation de l'intégrale de Choquet dans différents problèmes combinatoires multi-objectif.

Références

- [1] L. Galand and P. Perny. Search for Choquet-optimal paths under uncertainty. *23rd conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, 125–132, 2007, AAAI Press.
- [2] E.Q.V. Martins. On a multicriteria shortest path problem. *EJOR*, 16:236-245, 1984.
- [3] M. Grabisch. The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making. *EJOR*, 89:445-456, 1996.
- [4] M. Ehrgott and X. Gandibleux. A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization. *OR Spektrum*, 22:425-460, 2000.
- [5] Z. Tarapata. Selected Multicriteria Shortest Path Problems : An Analysis of Complexity, Models and Adaptation of Standard Algorithms. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 17(2):269-287, 17, 2007.
- [6] H. Fouchal and X. Gandibleux and F. Lehuédé. Multi-criteria optimization with the Choquet integral in shortest path problems. *20th International Conference on MCDM*. 2009.
- [7] B. Roy and D. Bouyssou. *Aide Multicritère à la Décision : Méthodes et Cas*. 1993. Economica.