Institut de la Francophonie pour l'Informatique

LAAS-CNRS

Ordonnancement sous contraintes de consommation énergétique

MANGOUA SOFACK William

Institut de la Francophonie pour l'Informatique

IFI, le 21 octobre 2009

Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes

Plan

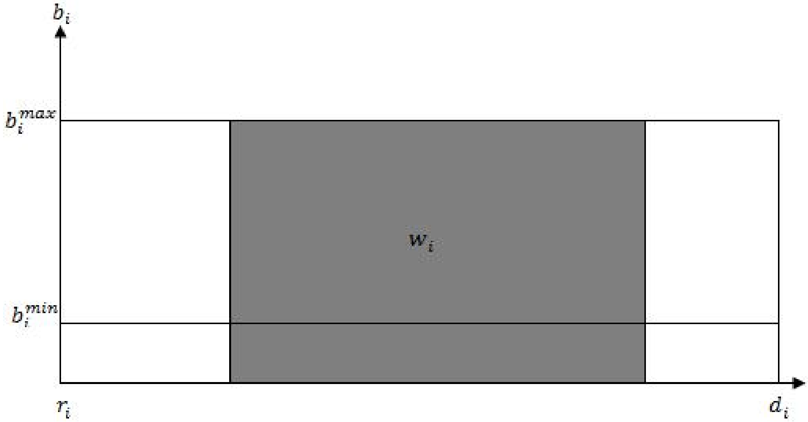
Cadre du stage et Réalisations

- Cadre du stage de M2R
  - Laboratoire : LAAS-CNRS
  - Groupe : MOGISA (Modélisation, Optimisation et Gestion Intégrée de Systèmes d'Activités)
  - Encadrement : Christian ARTIGUES et Pierre LOPEZ
  - Durée de 6 mois
- Contribution
  - Analogie problème EnSP / Principe des vases communicants
  - Instants remarquables d'un problème EnSP
  - Intervalles remarquables d'un problème EnSP

Description d'un problème EnSP

- n activités $A = \{1, 2, ..., n\}$ à exécuter sans interruption
- ressource énergétique de capacité B
- chaque activité
  - exigence énergétique W_i
  - un besoin de ressources compris entre b_i^{min} et b_i^{max}
  - fenêtre temporelle $[r_i, d_i]$
- temps discret

Description d'un problème EnSP : illustration



Solution d'un problème EnSP

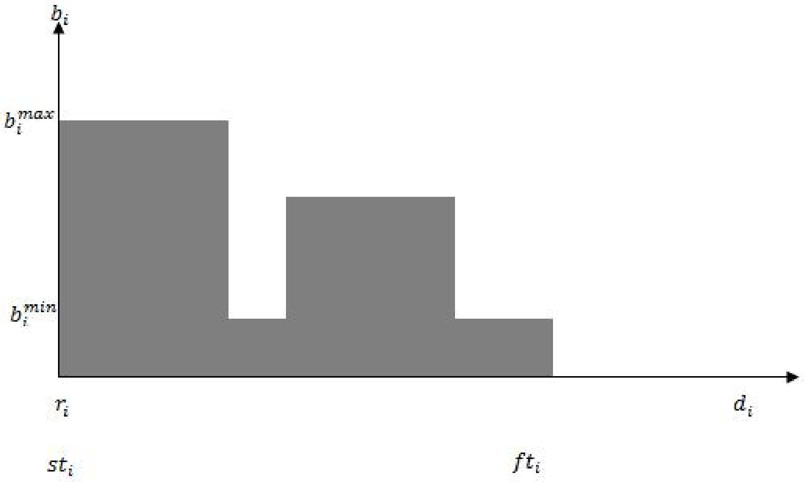
- Pour chaque tâche
  - la date de début $st_i \geq r_i$
  - la date de fin $ft_i \leq d_i$
  - la quantité de ressource allouée à chaque instant b_{it}
  - contrainte $\begin{cases} b_i^{min} \leq b_{it} \leq b_i^{max} & \text{si} \quad t \in [st_i, ft_i - 1] \\ b_{it} = 0 & \text{sinon} \end{cases}$
  - effet de discrétisation

$$W_i \leq \sum_{t=st_i}^{ft_i - 1} b_{it}$$

- limitation de la puissance totale disponible à tout instant t

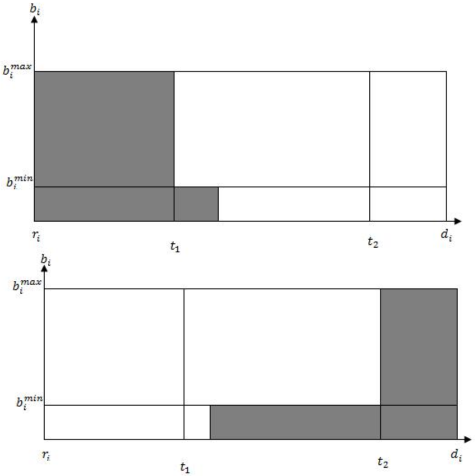
$$\forall t, \sum_{i \in A} b_{it} \leq B$$

Solution d'un problème EnSP : illustration



Consommation obligatoire d'une tâche sur un intervalle

$\underline{w}(i, t_1, t_2)$



Propriétés

- Consistance globale d'un problème EnSP

  Si pour une activité i, $b_i^{max} \cdot (d_i - r_i) < W_i$, alors le problème EnSP n'a pas de solution

- Consistance locale d'un problème EnSP

  S'il existe $[t_1, t_2]$ qui vérifie $\sum_{i \in A} \underline{w}(i, t_1, t_2) > B \cdot (t_2 - t_1)$, alors le problème EnSP n'a pas de solution.

$$SL(t_1, t_2) = B \cdot (t_2 - t_1) - \sum_{i \in A} \underline{w}(i, t_1, t_2)$$

Problématique

- $SL(t_1, t_2) = B \cdot (t_2 - t_1) - \sum_{i \in A} \underline{w}(i, t_1, t_2)$ est une fonction à deux variables
- Quelles valeurs de t_1 et t_2 utiliser pour évaluer SL ?

Trouver un ensemble d'intervalles tel que si le test de faisabilité ($SL < 0$) n'échoue sur aucun de ces intervalles, alors on peut affirmer qu'il n'échouera sur aucun autre intervalle, quel quil soit

cas d'un problème CuSP : Cumulative Scheduling Problem

$b_i^{max} = b_i^{min}$ B =1

w_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$\underline{w}(i, 3, 10)$
2															1
1															0
6															6
2															1
2															0
															8>7

Intervalles remarquables pour un problème CuSP

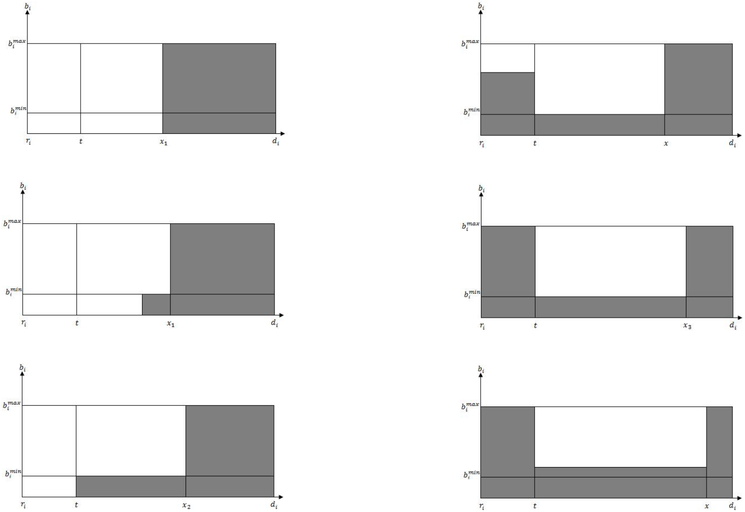
[Lop91] [BLN01]

$$\left[\forall t_1, t_2 \geq t_1, SL\left(t_1, t_2\right) \geq 0\right] \Leftrightarrow \begin{cases} \forall s \in \theta_1, \forall e \in \theta_2, e \geq s, SL\left(s, e\right) \geq 0 \\ \forall s \in \theta_1, \forall e \in \theta\left(s\right), e \geq s, SL\left(s, e\right) \geq 0 \\ \forall e \in \theta_2, \forall s \in \theta\left(e\right), e \geq s, SL\left(s, e\right) \geq 0 \end{cases}$$

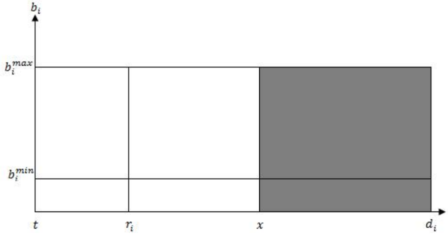
avec :

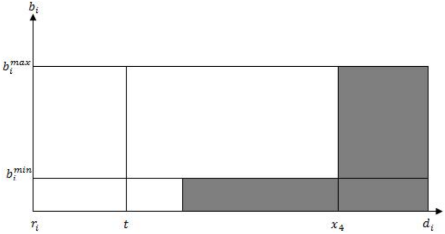
$$\begin{cases} \theta\left(1\right) = \{r_i, i \in A\} \bigcup \{d_i - p_i, i \in A\} \bigcup \{r_i + p_i, i \in A\} \\ \theta\left(2\right) = \{d_i, i \in A\} \bigcup \{d_i - p_i, i \in A\} \bigcup \{r_i + p_i, i \in A\} \\ \theta\left(t\right) = \{r_i + p_i - t, i \in A\} \end{cases}$$

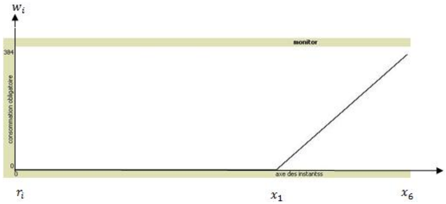
Analyse énergétique au plus tôt

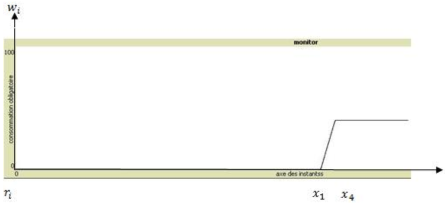


Courbes de consommation obligatoire

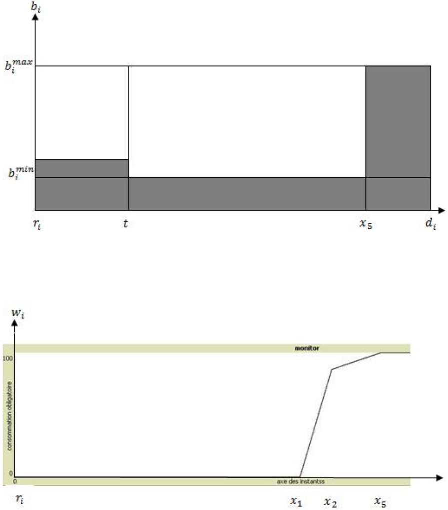








Courbes de consommation obligatoire 2



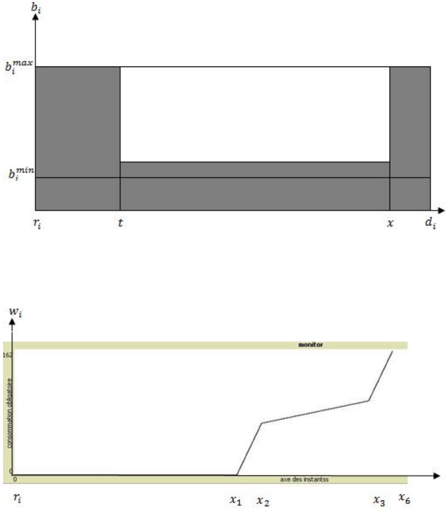


Tableau récapitulatif pour l'analyse énergétique au plus tôt

Instants	valeurs	conditions
x_1	$d_i - \frac{W_i}{b_i^{max}}$	
x_2	$\frac{W_i - b_i^{max}\cdot d_i + b_i^{min}\cdot t}{b_i^{min} - b_i^{max}}$	$W_i > b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(r_i+d_i-2\cdot t) \wedge$ $t > r_i$
x_3	$\frac{W_i + b_i^{max}\cdot(r_i-d_i) + t\cdot\left(b_i^{min} - b_i^{max}\right)}{b_i^{min} - b_i^{max}}$	$W_i > b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(d_i-t) \wedge$ $t > r_i$
x_4	$r_i + d_i - t$	$W_i < b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(r_i+d_i-2\cdot t) \wedge$ $t > r_i$
x_5	$\frac{W_i - b_i^{max}\cdot t + b_i^{max}\cdot r_i + b_i^{min}\cdot t}{b_i^{min}}$	$b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(r_i+d_i-2\cdot t) < W_i \wedge$ $W_i < b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(d_i-t) \wedge t > r_i$
x_6	d_i	$t < r_i$

Tableau récapitulatif pour l'analyse énergétique au plus tard

Instants	valeurs	conditions
x_1'	$r_i + \frac{W_i}{b_i^{max}}$	
x_2'	$\frac{W_i + b_i^{max} \cdot r_i - b_i^{min} \cdot t}{b_i^{max} - b_i^{min}}$	$W_i > b_i^{max} \cdot (d_i - t) + b_i^{min} \cdot (2 \cdot t - r_i - d_i) \wedge$ $t < d_i$
x_3'	$\frac{W_i + b_i^{max} \cdot (d_i - r_i) + t \cdot \left(b_i^{min} - b_i^{max}\right)}{b_i^{max} - b_i^{min}}$	$W_i > b_i^{max} \cdot (d_i - t) + b_i^{min} \cdot (t - r_i) \wedge$ $t < d_i$
x_4'	$r_i + d_i - t$	$W_i < b_i^{max} \cdot (d_i - t) + b_i^{min} \cdot (2 \cdot t - r_i - d_i) \wedge$ $t < d_i$
x_5'	$\frac{-W_i - b_i^{max} \cdot t + b_i^{max} \cdot d_i + b_i^{min} \cdot t}{b_i^{min}}$	$b_i^{max} \cdot (d_i - t) + b_i^{min} \cdot (2 \cdot t - r_i - d_i) < W_i \wedge$ $W_i < b_i^{max} \cdot (d_i - t) + b_i^{min} \cdot (t - r_i) \wedge t < d_i$
x_6'	r_i	$t > d_i$

SL : fonction linéaire par morceau

- Valeurs possibles de $\underline{w}(i, t_1, t_2)$
  - $f_1(t_1, t_2) = W_i - b_i^{max} \cdot (t_1 - r_i) - b_i^{max} \cdot (d_i - t_2)$
  - $f_2(t_1, t_2) = W_i - b_i^{max} \cdot (t_1 - r_i)$
  - $f_3(t_1, t_2) = W_i - b_i^{max} \cdot (d_i - t_2)$
  - $f_4(t_1, t_2) = W_i - b_i^{min} \cdot (t_1 - t_2)$
  - $f_5(t_1, t_2) = 0$
- $SL(t_1, t_2)$ est une fonction linéaire par morceaux
- Les extremums de la fonction SL sont des instants remarquables

$$SL(t_1, t_2) = B \cdot (t_2 - t_1) - \sum_{i \in A} \underline{w}(i, t_1, t_2)$$

- Les intervalles recherchés ont pour extrémité les instants remarquables

Intervalles remarquables

$[t_1, t_2]$ avec $t_1 \in O_1$ et $t_2 \in O_2$ ou $t_1 \in O_1$ et $t_2 \in O_R$ ou $t_1 \in O_L$ et $t_2 \in O_2$, avec

$$\begin{cases} O_1 = \{r_i, i \in A\} \cup \left\{r_i + \frac{W_i}{b_i^{max}}, i \in A\right\} \cup \left\{d_i - \frac{W_i}{b_i^{max}}, i \in A\right\} \\ O_2 = \{d_i, i \in A\} \cup \left\{r_i + \frac{W_i}{b_i^{max}}, i \in A\right\} \cup \left\{d_i - \frac{W_i}{b_i^{max}}, i \in A\right\} \\ O_R = \{R_i(t), t \in O_1 \ et \ i \in A\} \\ O_L = \{L_i(t), t \in O_2 \ et \ i \in A\} \end{cases}$$

Construction des intervalles

$$R_i(t) = \begin{cases} \{x_4\}\; si \left(W_i < b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(r_i+d_i-2\cdot t) \;\wedge\; t > r_i\right) \\ \{x_2, x_5\}\; si \left(\overset{b_i^{max}\cdot(t-r_i)+b_i^{min}\cdot(r_i+d_i-2\cdot t)<W_i \;\wedge}{W_i < b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(d_i-t) \;\wedge\; t > r_i}\right) \\ \{x_2, x_3\}\; si \left(W_i > b_i^{max}\cdot(t-r_i) + b_i^{min}\cdot(d_i-t) \;\wedge\; t > r_i\right) \end{cases}$$

$$L_i(t) = \begin{cases} \{x_4\}\; si \left(W_i < b_i^{max}\cdot(d_i-t) + b_i^{min}\cdot(2\cdot t-r_i-d_i) \;\wedge\; t < d_i\right) \\ \{x_2, x_5\}\; si \left(\overset{b_i^{max}\cdot(d_i-t)+b_i^{min}\cdot(2\cdot t-r_i-d_i)<W_i \;\wedge}{W_i < b_i^{max}\cdot(d_i-t) + b_i^{min}\cdot(t-r_i) \;\wedge\; t < d_i}\right) \\ \{x_2, x_3\}\; si \left(W_i > b_i^{max}\cdot(d_i-t) + b_i^{min}\cdot(t-r_i) \;\wedge\; t < d_i\right) \end{cases}$$

Conclusion

- Le but principal de ce travail était de trouver un ensemble d'intervalles sur lesquels il est suffisant de mener l'analyse énergétique pour conclure de l'infaisabilité d'un problème EnSP au sens du raisonnement énergétique.
- Généralisation des résultats existants pour le problème CuSP

perspectives

- Caractériser les instants remarquables afin de ne s'intéresser qu'aux minima et non plus aux extrema
- expérimentation dans le but dévaluer les performances et valider ces résultats
- Intégration des résultats dans un schéma général de résolution de type Branch-and-Bound pour un problème EnSP

C. Artigues, P. Lopez, and A. Hait.
Scheduling under energy constraints.
In *International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM'2009)*, Montréal, Canada, 3-15 Mai 2009.

K.R. Baker.
Introduction to sequencing and scheduling.
John Wiley & Sons, New-York, 1974.

P. Baptiste.
Une étude théorique et expérimentale de la propagation des contraintes de ressources.
PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 1998.

J. Bentz.
Aperçu sur les problèmes d'ordonnancement.
Mathématiques et sciences humaines, 13 :77–150, 1965.

P. Baptiste and C. Le Pape.
A theoretical and experimental comparison of constraint propagation techniques for disjunctive scheduling.
In *Proc. of the 14^{th} International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Montréal, Canada, 1995.

P. Baptiste, C. Le Pape, and W. Nuijten.
Constraint-based scheduling.
Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 2001.

N. Beldiceanu and E. Poder.
Une contrainte cumulative continue multi-ressources avec des conso mmations - productions en ressources positives - négatives.
In *Troisièmes Journées Francophones de Programmationpar Contraintes (JFPC07)*, Informatique/Langage de

programmation, INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, Yvelines France, 2007.

R.W. Conway, W.L. Maxwell, and L.W. Miller.
Theory of scheduling.
Addison Wesley, Reading Mass, 1967.

Gotha.
Les problèmes d'ordonnancement.
RO, 27(1) :77–150, 1993.

S.C. Graves.
A review of production scheduling.
Operations Research, 29 :646–675, 1981.

A. Hait, C. Artigues, M. Trépanier, and P. Baptiste.
Ordonnancement sous contraintes d'énergie et de ressources humaines.

In *Actes du 11^{ime} Congrès de la Sociéte Française de Génie des Procédés (SFGP 2007)*, Saint-Etienne, France, 2007.

L. Hidri, A. Gharbi, and M. Haouari.
Energetic reasoning revisited : application to parallel machine scheduling.
Journal of Scheduling, 11(4) :239–252, 2008.

P. Laborie.
Algorithms for propagating resource constraints in AI planning and scheduling : Existing approaches and new results.
Artificial Intelligence, 143(2) :151–188, 2003.

A. Lahrichi.
Ordonnancements : les notions de bosse, de partie obligatoire et leurs applications aux problèmes cumulatifs.
C.R. Acad. Sc. Paris, t.294(I-16) :209–211, 1982.

P. Lopez and P. Esquirol.
Consistency enforcing in scheduling : A general formulation based on energetic reasoning.
In *Proc. of the 5^{th} International Workshop on Project Management and Scheduling*, pages 155–158, Poznan, Poland, 1996.

P. Lopez, J. Erschler, and P. Esquirol.
Ordonnancement de tâches sous contraintes : une approche énenergétique.
Automatique, Productique, Informatique Industrielle, 26 :453–481, 1992.

E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan, and D. B. Shmoys.
Sequencing and scheduling : algorithms and complexity, volume 4.

Handbooks in Operations Research and Management Science, Amsterdam, 1989.

P. Lopez.
Approche énergétique pour l'ordonnancement de tâches sous contraintes de temps et de ressources.
Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1991.

P. Lopez.
Approche par contraintes des problèmes d'ordonnancement et d'affectation : structures temporelles et mécanismes de propagation.
Habilitation à Diriger des Recherches, Institut National Polytechnique, Toulouse, 2003.

P. Lopez.
Energie et ordonnancement.

page du groupe Modélisation, Optimisation et Gestion Intégrée de Systèmes d'Activités (MOGISA), 2004.

J. F. Muth and G. L. Thompson.
Industrial scheduling.
Prentice-Hall international series in management, New-Jersey, 1963.

E. Néron, P. Baptiste, and J.N.D. Gupta.
Solving hybrid flow shop problem using energetic reasoning and global operations.
Omega, 29 :501–511, 2001.

N. Navet and B. Gaujal.
Ordonnancement temps réel et minimisation de la consommation d'énergie.
In *In Systèmes temps réel 2 - Ordonnancement, réseaux et qualité de service*, number 10 : 2746213044 / 13 :

978-2746213043 in Traité IC2, Information - Commande - Communication. Hermès - Lavoisier, 2006.

B. Roy.
Algèbre moderne et théorie des graphes, volume II.
Dunod, Paris, 1970.

R. Slowinski.
Multiobjective network scheduling with efficient use of renewable and nonrenewable resources.
European Journal of Operational Research, 7 :265–273, 1981.

F. Tercinet, C. Lenté, and E. Néron.
Mixed satisfiability tests for multiprocessor scheduling with release dates and deadlines.
Operations Research Letters, 32(4) :326–330, 2004.

P. Vilím.

Max energy filtering algorithm for discrete cumulative resources.
In *Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems*, Lecture Notes in Computer Science, pages 294–308, ILOG : IBM-France, 2009.

Des questions ?